ГЛАВА 7

# Дискретні сигнали

**Мета роботи:** вивчити математичний опис дискретних сигналів і оволодіти програмними засобами їх моделювання в MATLAB.

## Література

1. Солонина А. І., Арбузов С. М. Цифрова обробка сигналів. Моделювання в MATLAB. — СПб.: БХВ-Петербург, 2008. — Глава 8.

2. Сергієнко А. Б. Цифрова обробка сигналів. — 3-е вид. — СПб.: БХВ-Петербург, 2010 — Глава 3.

3. Оппенгейм А., Шафер Р. Цифрова обробка сигналів — М.: Техносфера, 2007. - Додаток А.

## 7.1. Коротка теоретична довідка

У теорії ЦОС прийнято розділяти операції дискретизації за часом і квантування за рівнем. Вважаючи операцію квантування відсутньою, вивчають дискретні сигнали і лінійні дискретні системи (ЛДС), а потім, окремо, — ефекти нелінійної операції квантування.

*Дискретним* називають сигнал, дискретний за часом і безперервний за станом (рівнем), який описується послідовністю чисел *безкінечної* розрядності $x(nT)$ або $x(n)$, званої коротко *послідовністю*. Значення $nT$, $n = 0,1, ...$, називають *дискретним часом*, де $T$ — період дискретизації, а $n$ — *дискретним нормованим часом*.

У теорії ЦОС терміни "*дискретний сигнал*" і "*послідовність*" вживають в тотожному сенсі.

*Цифровим* називають сигнал, дискретний за часом і квантований за станом (рівнем), який описується послідовністю чисел *кінечної* розрядності — *квантованою послідовністю* $\tilde{x}(nT)$ або $\tilde{x}(n)$.

При комп'ютерному моделюванні під дискретним сигналом умовно розуміють послідовність чисел *максимально можливої* розрядності, а під цифровим — послідовність чисел *заданої* розрядності.

У MATLAB числа з максимальною розрядністю відносяться до типу `double`[1], який вибирається за замовчуванням (див. табл. 3.1)

---

[1] З плаваючою точкою подвійної точності (double-precision floating point).

# 7.1.1. Детерміновані дискретні сигнали

*Детермінованим дискретним сигналом* називають сигнал, значення якого у будь-який момент часу $n$ (або $nT$) заздалегідь відомі або можуть бути визначені точно за заданою математичною моделлю.

Детермінований дискретний сигнал описується послідовністю $x(nT)$ або $x(n)$, при цьому термін "детермінований" прийнято опускати.

Для детермінованого дискретного сигналу (послідовності) представляють інтерес такі його характеристики, як середнє значення, енергія, середня потужність, автокореляційна і автоковаріаціонная функції.

*Середнім значенням* послідовності називають суму її значень, віднесену до довжини.

*Енергією* послідовності називають суму квадратів її значень, а *середньої потужністю* — енергію, віднесену до довжини послідовності.

У MATLAB середнє значення `M` обчислюється за допомогою функції:

```
M = mean(x)
```

де `x` — вектор відліків послідовності.

Енергія `E` і середня потужність `P` обчислюються відповідно до їх визначення:

```
E = sum(x.^2)
P = sum(x.^2)/length(x)
```

де `length(x)` — довжина послідовності.

*Автокореляційна функція* (АКФ[1]) $R_x(m)$ послідовності довжини $N$ дозволяє оцінити залежність між її відліками при різних зрушеннях за часом $m$:

$$R_x(m) = \frac{1}{N}\sum_{n=0}^{N-|m|-1} x(n)x(n+m),\ -(N-1) \le m \le (N-1). \tag{7.1}$$

*Автоковаріаційна функція* $r_x(m)$ дозволяє оцінити залежність між відхиленнями відліків послідовності від середнього значення $\mu_x$ при різних зсувах за часом $m$:

$$r_x(m) = \frac{1}{N}\sum_{n=0}^{N-|m|-1} [x(n)-\mu_x][x(n+n)-\mu_x],\ -(N-1) \le m \le (N-1). \tag{7.2}$$

Згідно з визначенням, $R_x(m)$ (7.1) і $r_x(m)$ (7.2) є парними функціями довжини $L = 2N-1$, центрованими щодо $m = 0$ :

$$R_x(m) = R_x(-m);$$

$$r_x(m) = r_x(-m).$$

---

[1] В англомовній літературі — абревіатура ACF (Autocorrelation Function).

При цьому в точці $m=0$ маємо:

$$R_x(0)=\frac{1}{N}\sum_{n=0}^{N-1}x^2(n)=P_{cp\,x}=\sigma_x^2+\mu_x^2; \tag{7.3}$$

$$r_x(0)=\frac{1}{N}\sum_{n=0}^{N-1}[x(n)-\mu_x]^2=\sigma_x^2, \tag{7.4}$$

де $P_{cp\,x}$ і $\sigma_x^2$ — середня потужність і дисперсія послідовності $x(n)$.

Очевидно, що при $\mu_x=0$ отримуємо рівності:

$$R_x(m)=r_x(m);$$

$$R_x(0)=r_x(0)=\sigma_x^2.$$

У MATLAB АКФ і автоковаріаційна функція розраховуються за допомогою функцій (без урахування множника $1/N$):

```
R = xcorr(x)
r = xcov(x)
```

де `x` — вектор відліків вхідної послідовності довжини $N$; `R` і `r` — вектори довжини $L=2n-1$ значень АКФ $R_x(m)$ і автоковаріаційної функції $r_x(m)$, відповідно, центрованих щодо $m=N$:

$$R_x(N+m)=R_x(N-m),\ m=1,2,\dots,N-1; \tag{7.5}$$

$$r_x(N+m)=r_x(N-m),\ m=1,2,\dots,N-1. \tag{7.6}$$

При цьому в точці $m=N$ маємо:

$$R_x(N)=P_{cp\,x}=\sigma_x^2+\mu_x^2; \tag{7.7}$$

$$r_x(N)=\sigma_x^2. \tag{7.8}$$

Для виведення графіка АКФ, центрованого щодо $m=0$, слід вибрати інтервал $m\in[-(N-1);\ (N-1)]$.

## 7.1.2. Випадкові дискретні сигнали

*Випадковим (стохастичним) дискретним сигналом* називають сигнал, значення якого в дискретні моменти часу $n$ (або $nT$) заздалегідь невідомі і можуть бути визначені лише з деякою ймовірністю.

Випадковий дискретний сигнал описується сукупністю випадкових послідовностей $x_k(n)$, $k=1,2,\dots,K$, $n=0,1,\dots,(N-1)$, і закономірностями, що характеризують властивості сукупності.

Опис випадкового дискретного сигналу зручно представити у вигляді матриці **X**:

$$X=\begin{bmatrix} x_1(0) & x_1(1) & \cdots & x_1(n) & \cdots & x_1(N-1) \\ x_2(0) & x_2(1) & \cdots & x_2(n) & \cdots & x_2(N-1) \\ \vdots & \vdots & & \vdots & & \vdots \\ x_k(0) & x_k(1) & \cdots & x_k(n) & \cdots & x_k(N-1) \end{bmatrix}.$$

*Ансамблем реалізацій* називають сукупність випадкових послідовностей $x_k(n)$ (рядки матриці **X** ), а *реалізацією* — одну з послідовностей.

Будь-яка реалізація випадкового сигналу являє собою детермінований сигнал.

У більшості випадків в якості закономірностей, що характеризують властивості дискретного випадкового сигналу **X**, обмежуються одновимірної і двовимірної густина ймовірності.

*Одновимірна* щільність ймовірності випадкового дискретного сигналу $p(x,n)$, де $x$ — значення випадкового сигналу **X** в моменти часу $n$, дозволяє за допомогою статистичного усереднення[1] при досить великому $K$ (теоретично $K\to\infty$) визначити наступні *статистичні характеристики* випадкового дискретного сигналу:

- математичне очікування $\mu_X(n)$ — середні значення елементів стовпця в моменти часу $n$, $n = 0,1,\ldots,(N-1)$ ;
- дисперсію $\sigma_X^2(n)$ — середні значення квадратів різниць між елементами стовпця і його середнім значенням $\mu_X(n)$ в моменти часу $n$ , $n = 0,1, \ldots ,(N-1)$.

*Двовимірна* щільність ймовірності випадкового дискретного сигналу $p(x_1,x_2,m,n)$, де $x_1,x_2$ — значення сигналу **X** в моменти часу $m$ і $n$, дозволяє за допомогою статистичного усереднення визначити додаткові *статистичні характеристики* випадкового дискретного сигналу:

- АКФ $R_X(m,n)$ — АКФ (7.1), де послідовності $x(n)$ відповідає усереднена по ансамблю послідовність $\mu_X(n)$, $n = 0,1, \ldots ,(N-1)$;
- автоковаріаційну функцію $r_X(m,n)$ — автоковаріаційна функція (7.2), де значенням $\mu_X$ відповідає середнє значення $\mu_X(n)$ — константа.

Випадковий дискретний сигнал **X** називають *стаціонарним в широкому сенсі* (стаціонарним за Хінчином), якщо його одновимірна густина ймовірності не залежить від часу $n$, а двовимірна — залежить тільки від зсуву за часом $m$.

[1] Під *статистичним усередненням* розуміють усереднення за ансамблем реалізацій у фіксований момент часу $n$.

Випадковий дискретний сигнал **X** називають *стаціонарним у вузькому сенсі* (строго стаціонарним), якщо сказане справедливо для його будь-якої *n*-мірної щільності ймовірності [2].

Таким чином, сигнал, стаціонарний у вузькому сенсі, завжди стаціонарний в широкому сенсі, але не навпаки.

За замовчуванням під *стаціонарністю* випадкового дискретного сигналу будемо мати на увазі його стаціонарність в *широкому сенсі*.

Наслідком *стаціонарності* випадкового дискретного сигналу буде *незалежність від часу n* його статистичних характеристик: математичного очікування $\mu_X$ і дисперсії $\sigma_X^2$. При цьому АКФ $R_X(m)$ і автоковаріаційна функція $r_X(m)$ будуть залежати тільки від зсуву за часом $m$.

Іншими словами, статистичні характеристики *стаціонарного* випадкового дискретного сигналу мають властивість *інваріантності*[1] *в часі*.

Відповідно, статистичні характеристики *нестаціонарного* випадкового дискретного сигналу будуть *залежати від часу n* (не володіють властивістю інваріантності в часі).

У теорії ЦОС поняття ансамблю реалізацій широко використовується як зручна математична концепція при виведенні багатьох співвідношень. Однак на практиці при обробці сигналів, як правило, доступна для спостереження лише одна реалізація випадкового дискретного сигналу.

*Стаціонарний* випадковий дискретний сигнал називається *ергодичним*, якщо при визначенні його статистичних характеристик усереднення *по ансамблю реалізацій* еквівалентно *усередненню за часом* однієї реалізації, теоретично безкінечної довжини $N \to \infty$.

Ергодичний випадковий дискретний сигнал — *випадкова послідовність x(n)* — описується математичним очікуванням (середнім значенням) $\mu_X$, дисперсією $\sigma_X^2$, АКФ $R_X(m)$ і автоковаріаційною функцією $r_X(m)$. З їх визначенням при $N \to \infty$ можна познайомитися в [2—3].

При *кінечній* довжині N послідовності говорять про обчислення їх *оцінок*:

$$\hat{\mu}_x = \frac{1}{N}\sum_{n=0}^{N-1} x(n);$$

$$\hat{\sigma}_x^2 = \frac{1}{N}\sum_{n=0}^{N-1} [x(n) - \hat{\mu}_x]^2 .$$

Оцінки АКФ $\hat{R}_X(m)$ і автоковаріаційної функції $\hat{r}_X(m)$ отримують відповідно за формулами (7.1) і (7.2).

---

[1] Незмінність.

Очевидно, що статистичні характеристики *ергодичного* випадкового дискретного сигналу, за визначенням стаціонарного, мають властивість *інваріантності в часі*.

При обробці випадкового сигналу в реальному часі його статистична модель[1] може бути заздалегідь не визначена. У цьому випадку прийнято говорити про *поточні* оцінках статистичних характеристик $\mu_x(n)$, $\sigma_x^2(n)$, $R_x(m,n)$, $r_x(m,n)$ на інтервалі $[0;n]$.

Далі за замовчуванням будемо мати на увазі *ергодичні* випадкові дискретні сигнал.

У MATLAB для обчислення *оцінок* математичного очікування `M` і дисперсії `D` використовуються функції:

```
M = mean(x)
D = var(x)
```

де `x` — вектор відліків вхідної послідовності довжини $N$.

При моделюванні методів і алгоритмів ЦОС часто використовують випадкові послідовності у вигляді білого шуму. Дві його широко застосовувані різновиди генеруються в MATLAB (див. табл. 2.1):

- рівномірний білий шум — послідовність випадкових чисел з діапазону [0;1], розподілених за рівномірним законом (математичне очікування — 0,5 і дисперсія — 1/12) — за допомогою функції:

  ```
  x = rand(1,N)
  ```

  де `x` — вектор-рядок відліків випадкової послідовності довжини `N`.

  Автоковаріаційна функція даного рівномірного білого шуму при $N \to \infty$ має вигляд *цифрового одиничного імпульсу*;

- нормальний білий шум — послідовність випадкових чисел, розподілених за нормальним законом (математичне очікування — 0 і дисперсія — 1) — за допомогою функції:

  ```
  x = randn(1,N)
  ```

  АКФ даного нормального білого шуму при $N \to \infty$ має вигляд *цифрового одиничного імпульсу*.

Для моделювання нормального білого шуму із заданими математичним очікуванням (середнім значенням) і дисперсією скористаємося властивостями дисперсії $D\{X\}$ і математичного очікування $M\{X\}$ випадкової величини $X$:

$$M\{X+C\} = M\{X\} + C\,;$$

$$D\{X+C\} = D\{X\} + D\{C\} = D\{X\}\,;$$

[1] Стаціонарність/нестаціонарність, статистичні характеристики.

$$M\{BX\} = BM\{X\};$$

$$D\{BX\} = B^2 D\{X\},$$

де *C*, *B* — константи.

Таким чином, на основі випадкової величини $X$ з нульовим математичним очікуванням $M\{X\}=0$ і одиничною дисперсією $D\{X\}=1$ можна отримати випадкову величину $\tilde{X}$ :

$$\tilde{X} = BX + C \tag{7.9}$$

з математичним очікуванням $M\{\tilde{X}\} = C$ і дисперсією $D\{\tilde{X}\} = B^2$.

# 7.2. Зміст лабораторної роботи

Зміст роботи пов'язаний з моделюванням детермінованих і випадкових послідовностей, в тому числі типових послідовностей, і розрахунком їх характеристик програмними засобами MATLAB.

# 7.3. Завдання на лабораторну роботу

Лабораторна робота виконується на основі сценарій-файлу `lr_07`, який зберігається на доданому компакт-диску в папці `LAB_DSP\LAB_07`.

Перед виконанням роботи необхідно зберегти шлях до папки `LAB_07` по команді контекстного меню **Add to Path | Selected Folders**.

*Вхідні дані* для пунктів завдання наводяться в табл. 7.1 для номера бригади $N_{бр}$, де $N_{бр} = 1, 2, ..., 30.$ Функція $N_{бр}$ mod$M$ у записі вхідних даних означає обчислення значення $N_{бр}$ по модулю $M$ .

На доданому компакт-диску в папці `Tables\Tables_07` зберігаються табл. 7.1 вхідних даних і приклад її заповнення для $N_{бр} = 1$.

**Таблиця 7.1.** Таблиця вхідних даних

| **Змінна** | **Призначення** | **Значення** | **Ідентифікатор** |
|---|---|---|---|
| $N_{бр}$ | Номер бригади | $N_{бр}$ | `Nb =` |
| $N$ | Довжина послідовності | $N = 30 + N_{бр}\mathrm{mod}\ 5$ | `N =` |
| $T$ | Період дискретизація | $T = 0{,}0005\left(1 + N_{бр}\mathrm{mod}\ 3\right)$ | `T =` |
| $a$ | Підстава експоненти | $a = (-1)^{N_{бр}}(0{,}8 + 0{,}005N_{бр})$ | `a =` |

**Таблиця 7.1** *(закінчення)*

| **Змінна** | **Призначення** | **Значення** | **Ідентифікатор** |
|---|---|---|---|
| $C$ | Амплітуда гармонійний сигнал | $C = 1 + \mathrm{N}_{бр} \bmod 5$ | `c =` |
| $\hat{\omega}_0$ *(рад)* | Частота гармонійного сигналу | $\hat{\omega}_0 = \pi / \left(6 + N_{бр} \bmod 5\right)$ | `w0 =` |
| $m$ | Затримка | $m = 5 + N_{бр} \bmod 5$ | `m =` |
| $U$ | Амплітуда імпульсу | $U = N_{бр}$ | `U =` |
| $n_0$ | Початковий момент імпульс | $n_0 = N_{бр} \bmod 5 + 3$ | `n0 =` |
| $n_{imp}$ | Довжина імпульсу | $n_{imp} = N_{бр} \bmod 5 + 5$ | `n _imp =` |
| $B_1,\ B_2,\ B_3$ | Амплітуди гармонійних сигналів | $B_1 = 1{,}5 + N_{бр} \bmod 5$<br>$B_2 = 5{,}7 - N_{бр} \bmod 5$<br>$B_3 = 2{,}2 + N_{бр} \bmod 5$ | Вектор<br>`B = [...]` |
| $\hat{\omega}_1,\ \hat{\omega}_2,\ \hat{\omega}_3$ | Частоти гармонійний сигнал | $\omega_1 = \pi / \left(4 + N_{бр} \bmod 5\right)$<br>$\omega_2 = \pi / \left(8 + N_{бр} \bmod 5\right)$<br>$\omega_3 = \pi / \left(16 + N_{бр} \bmod 5\right)$ | Вектор<br>`w = [...]` |
| $a_1,\ a_2,\ a_3$ | Коефіцієнти лінійна комбінація гармонійний сигнал | $a_1 = 1{,}5 - N_{бр} \bmod 5$<br>$a_2 = 0{,}7 + N_{бр} \bmod 5$<br>$a_3 = 1{,}4 + N_{бр} \bmod 5$ | Вектор<br>`A = [...]` |
| *mean* | Математичне очікування | $\mathrm{mean} = N_{бр} \bmod 5 + 3$ | `Mean =` |
| *var* | Дисперсія | $\mathrm{var} = N_{бр} \bmod 5 + 5$ | `Var =` |

*Завдання на лабораторну роботу* пов'язане з моделюванням і аналізом послідовностей і включає в себе наступні пункти:

1. Цифровий одиничний імпульс $u_0(nT)$ (ідентифікатор `u0`):

$$u_0(nT) = \begin{cases} 1, & n = 0 \\ 0, & n \neq 0 \end{cases} \tag{7.10}$$

з виведенням графіків на інтервалі дискретного часу $nT$ (ідентифікатор `nT`):

$$nT \in \left[0;(N-1)T\right] \tag{7.11}$$

і дискретного нормованого часу $n$ (ідентифікатор `n`):

$$n \in \left[0;(N-1)\right]. \tag{7.12}$$

Пояснити:

- взаємозв'язок між дискретним і дискретним нормованим часом;
- різниця між цифровим одиничним імпульсом і дельта-функцією.

2. Цифровий одиничний стрибок $u_1$ $(nT)$ (ідентифікатор `u1`):

$$u_1(nT) = \begin{cases} 1, & n \geq 0 \\ 0, & n < 0 \end{cases} \tag{7.13}$$

з виведенням графіків на інтервалах часу (7.11) і (7.12).

Пояснити:

- відповідність між цифровим і аналоговим одиничними стрибками;
- чому дорівнює частота дискретизації цифрового одиничного стрибка.

3. Дискретна експонента $x_1(nT)$ (ідентифікатор `x1`):

$$x_1(nT) = \begin{cases} a^n, & n \geq 0 \\ 0, & n < 0 \end{cases} \tag{7.14}$$

з виведенням графіків на інтервалах часу (7.11) і (7.12).

Пояснити відповідність між дискретною і аналоговою експонентами.

4. Дискретний комплексний гармонійний сигнал $x_2(n)$ (ідентифікатор `x2`):

$$x_2(n) = Ce^{j\hat{\omega}_0 n} \tag{7.15}$$

з виведенням графіків речової і уявної частин на інтервалі часу (7.12).

Записати сигнал (7.15) у вигляді комбінації двох дійсних послідовностей.

5. Затримані послідовності.

Вивести графіки послідовностей (7.10), (7.13) і (7.14), затриманих на $m$ відліків (ідентифікатори `u0_m`, `u1_m` і `x1_m`), на інтервалі часу (7.12).

Записати формули затриманих послідовностей.

6. Дискретний прямокутний імпульс $x_3(n)$:

$$x_3(n) = \begin{cases} U, & n_0 \leq n \leq (n_0 + n_{imp} - 1); \\ 0, & \text{інакше} \end{cases} \tag{7.16}$$

з виведенням графіка на інтервалі часу (7.12).

Виконати моделювання імпульсу двома способами:

- за допомогою функції `rectpuls` — ідентифікатор `x3_1`;
- на основі цифрового одиничного стрибка — ідентифікатор `x3_2`.

Пояснити:

- формат функції `rectpuls` (познайомитися самостійно);
- як виконується моделювання імпульсу в обох випадках.

7. Дискретний трикутний імпульс.

Вивести графік дискретного трикутного імпульсу $x_4(n)$ (ідентифікатор `x4`), сформованого за допомогою згортки дискретного прямокутного імпульсу $x_3(n)$ (7.16) з самим собою, на інтервалі часу, рівному довжині згортки $L$:

$$n \in \left[0;(L-1)\right]. \qquad (7.17)$$

Для обчислення згортки використовувати функцію:

**`conv(x,y)`**

де `x`, `y` — згортаються послідовності.

Привести аналітичну запис згортки. Визначити теоретично і за графіком довжину згортки $L$ і ширину трикутного імпульсу.

8. Лінійна комбінація дискретних гармонійних сигналів $x_5(n)$ (ідентифікатор `x5`):

$$x_5(n) = a_1 x1(n) + a_2 x2(n) + a_3 x3(n), \qquad (7.18)$$

Де

$$xi(n) = B_i sin(\hat{\omega}_i n), i = 1, 2, 3, \qquad (7.19)$$

з виведенням графіків послідовностей $xi(n)$ і $x_5(n)$ на інтервалі часу

$$n \in \left[0;(5N-1)\right]. \qquad (7.20)$$

Обчислити середнє значення (ідентифікатор `mean_x5`), енергію (ідентифікатор `E`) і середню потужність (ідентифікатор `P`) послідовності (7.18).

Пояснити:

- операції при моделюванні лінійної комбінації сигналів (7.18);
- як визначають зазначені характеристики.

9. Дискретний гармонійний сигнал з експоненціальною огинаючою.

Вивести графік дискретного сигналу $x_6(n)$ (ідентифікатор `x6`), що представляє собою дискретний гармонійний сигнал $x(n)$ (ідентифікатор `x`)

$$x(n) = C\ sin(\hat{\omega}_0 n) \qquad (7.21)$$

з експоненціальною огинаючою $|a|^n$, на інтервалі часу (7.12).

Привести аналітичну формулу дискретного сигналу $x_6(n)$ і пояснити операції при його моделюванні.

10. Періодична послідовність дискретних прямокутних імпульсів.

Вивести графік п'яти періодів періодичної послідовності $x_7(n)$ (ідентифікатор `x6`) дискретних прямокутних імпульсів амплітуди $U$ і тривалості $n_{imp}$ з періодом, вдвічі більшим тривалості імпульсу.

Для формування п'яти періодів послідовності виконати дії:

- на основі цифрового одиничного стрибка (7.13) сформувати один період послідовності (ідентифікатор `xp`);
- сформувати п'ять періодів послідовності за допомогою функції `repmat` (див. 2.1.2).

Пояснити операції при моделюванні періодичної послідовності.

11. Рівномірний білий шум.

Обчислити оцінки математичного очікування (ідентифікатор `mean_uniform`) і дисперсії (ідентифікатор `var_uniform`) рівномірного білого шуму (ідентифікатор `r_uniform`) довжини 10 000 з математичним очікуванням і дисперсією, встановленими за замовчуванням.

Вивести графік оцінки автоковаріаційної функції $\hat{r}_x(m)$ шуму (ідентифікатор `r_r_uniform`), центрованої відносно $m=0$.

Пояснивши:

- чому дорівнюють істинні значення математичного очікування і дисперсії;
- який вид справжньої автоковаріаційної функції;
- чому дорівнює довжина оцінки автоковаріаційної функції.

12. Нормальний білий шум.

Обчислити оцінки математичного очікування (ідентифікатор `mean_norm`) і дисперсії (ідентифікатор `var_norm`) нормального білого шуму (ідентифікатор `r_uniform`) довжини 10 000 з математичним очікуванням і дисперсією, встановленими за замовчуванням.

Вивести графік оцінки АКФ $\hat{R}_x(m)$ шуму (ідентифікатор `R_r_norm`), центрованої щодо $m=0$.

Пояснити:

- чому дорівнюють істинні значення математичного очікування і дисперсії;
- який вид істинної АКФ;
- чому дорівнює довжина оцінки АКФ.

13. Адитивна суміш $x_8(n)$ (ідентифікатор `x8`) дискретного гармонічного сигналу $x(n)$ (7.21) з нормальним білим шумом з виведенням графіка на інтервалі часу (7.12).

    Пояснити, що розуміють під адитивної сумішшю сигналу з шумом.

14. Оцінка АКФ $\hat{R}_x(m)$ (ідентифікатор `R`) послідовності $x_8(n)$ (див. п. 13) з висновком графіка АКФ, центрованої щодо $m=0$.

    Вивести оцінку дисперсії послідовності $x_8(n)$ і значення $R_x(N)$.

    Пояснити:

    - властивості АКФ;
    - відповідність між виведеними значеннями.

15. Нормальний білий шум із заданими статистичними характеристиками.

    За допомогою функції `plot` вивести графіки чотирьох різновидів нормального білого шуму довжини 10 000:

    - з математичним очікуванням і дисперсією, встановленими за замовчуванням, — ідентифікатор шуму `r_norm` (див. п. 12);
    - з математичним очікуванням mean і дисперсією, встановленою за замовчуванням, — ідентифікатор шуму `r_normMean`;
    - з математичним очікуванням, встановленим за замовчуванням, і дисперсією var — ідентифікатор шуму `r_normVar`;
    - з математичним очікуванням mean і дисперсією var — ідентифікатор шуму `r_normMeanVar`.

    Для наочності вивести графіки шумів в однаковому діапазоні по осі ординат `[-MAX MAX]` за допомогою функції `ylim`, де `MAX` дорівнює максимальному значенню шуму серед чотирьох його різновидів.

    Побудувати гістограми чотирьох різновидів нормального білого шуму за допомогою функції `hist` (параметри задати за замовчуванням).

    Для наочності вивести гістограми в однаковому діапазоні по осі абсцис `[-MAX MAX]` за допомогою функції `xlim`, де значення `MAX` визначено раніше.

    У заголовку гістограм вивести значення оцінок математичного очікування (`Mean value`) і дисперсії (`Variance`).

    Пояснити:

    - до яких змін шуму призводить зміна його математичного очікування і дисперсії;
    - що відображає гістограма і як вона змінюється при зміні математичного очікування і дисперсії шуму.

# 7.4. Типовий script-файл для виконання лабораторної роботи

Перед виконанням роботи повинна бути представлена табл. 7.1 вхідних даних для свого номера бригади $N_{бр}$.

Для *запуску* лабораторної роботи необхідно звернутися до script-файлу `lr_07` по його імені:

**>> lr_07**

Для *примусового зняття* script-файлу з виконання слід натиснути комбінацію клавіш <Ctrl> + <Break>.

При виконанні script-файлу поточні вікна з графіками *не закривати*.

Лістинг script-файлу `lr_07` має вигляд:

```
>> type lr_07
script
clc
clear
disp('% ЛР № 7 . ДИСКРЕТНІ СИГНАЛИ')
disp('%')
disp('%')
disp('% Введіть ВХІДНІ ДАНІ');
DATA=0;
while DATA==0
Nb = input('Nb = ');             % НОМЕР БРИГАДИ
N = input('N = ');               % ДОВЖИНА ПОСЛІДОВНОСТІ
T = input('T = ');               % ПЕРІОД ДИСКРЕТИЗАЦІЇ
a = input('a = ');               % ПІДСТАВА ДИСКРЕТНОЇ ЕКСПОНЕНТИ
C = input('C = ');          % АМПЛІТУДА ДИСКРЕТНОГО ГАРМОНІЙНОГО СИГНАЛУ
w0 = input('w0 = ');        % ЧАСТОТА ДИСКРЕТНОГО ГАРМОНІЙНОГО СИГНАЛУ
m = input('m = ');               % ВЕЛИЧИНА ЗАТРИМКИ
U = input('U = ');               % АМПЛІТУДА ІМПУЛЬСУ
n0 = input('n0 = ');             % МОМЕНТ ПОЧАТКУ ІМПУЛЬСУ
n_imp = input('n_imp = ');       % ТРИВАЛІСТЬ ІМПУЛЬСУ
B = input('B = ');               % ВЕКТОР АМПЛІТУД
w = input('w = ');               % ВЕКТОР ЧАСТОТ
A = input('A = ');          % ВЕКТОР КОЕФІЦІЄНТІВ ЛІНІЙНОЇ КОМБІНАЦІЇ
Mean = input('Mean = ');    % ЗАДАНЕ МАТЕМАТИЧНЕ ОЧІКУВАННЯ ШУМУ
Var = input('Var = ');      % ЗАДАНА ДИСПЕРСІЯ ШУМУ
disp('% Перевірте ПРАВИЛЬНІСТЬ введення ВХІДНИХ ДАНИХ')
disp('% При ПРАВИЛЬНИХ ВХІДНИХ ДАНИХ введіть 1')
disp('% При НЕПРАВИЛЬНИХ ВХІДНИХ ДАНИХ введіть 0 і ПОВТОРІТЬ введення')
DATA = input('--> ');
end
```

```
disp('%')
disp('%')
disp('% Для продовження натисніть <ENTER>')
pause
disp('%')
disp('%')
disp('% п.1. ЦИФРОВИЙ ОДИНИЧНИЙ ІМПУЛЬС')
disp('%')
disp('%')
disp('% Для виведення ГРАФІКІВ цифрового одиничного імпульсу натисніть
<ENTER>')
pause
n = 0:(N-1); nT = T.*n;         % ДИСКРЕТНИЙ НОРМОВАНИЙ І НЕНОРМОВАНИЙ ЧАС
u0 = [1 zeros(1,(N-1))];        % ЦИФРОВИЙ ОДИНИЧНИЙ ІМПУЛЬС
figure('Name','Digital Unit Impulse, Unit Step, and Discrete
Exponent','NumberTitle', 'off')
subplot(3,2,1),stem(nT,u0,'Linewidth',2), grid
title('Digital Unit Impulse u0(nT)')
subplot(3,2,2),stem(n,u0,'Linewidth',2), grid
title('Digital Unit Impulse u0(n)')
disp('%')
disp('%')
disp('% Для продовження натисніть <ENTER>')
pause
disp('%')
disp('%')
disp('% п.2. ЦИФРОВИЙ ОДИНИЧНИЙ СТРИБОК');
disp('%')
disp('%')
disp('% Для виведення ГРАФІКІВ цифрового одиничного стрибка натисніть <ENTER>')
pause
u1 = [1 ones(1,(N-1))];         % ЦИФРОВИЙ ОДИНИЧНИЙ СТРИБОК
subplot(3,2,3),stem(nT,u1,'Linewidth',2), grid
title('Digital Unit Step u1(nT)'),
subplot(3,2,4),stem(n,u1,'Linewidth',2), grid
title('Digital Unit Step u1(n)')
disp('%')
disp('%')
disp('% Для продовження натисніть <ENTER>')
pause
disp('%')
disp('%')
disp('% п.3. ДИСКРЕТНА ЕКСПОНЕНТА')
disp('%')
disp('%')
disp('% Для виведення ГРАФІКІВ дискретної експоненти натисніть <ENTER>')
pause
```

```
x1 = a.^n;                          % ДИСКРЕТНА ЕКСПОНЕНТА
subplot(3,2,5),stem(nT,x1,'Linewidth',2), xlabel('nT'), grid
title('Discrete Exponent x1(nT)')
subplot(3,2,6),stem(n, x1,'Linewidth',2), xlabel('n'), grid
title('Discrete Exponent x1(n)'),
disp('%')
disp('%')
disp('% Для продовження натисніть <ENTER>')
pause
disp('%')
disp('%')
disp('% п.4. ДИСКРЕТНИЙ КОМПЛЕКСНИЙ ГАРМОНІЙНИЙ СИГНАЛ')
disp('%')
disp('%')
disp('% Для виведення ГРАФІКІВ речової і уявної частин')
disp('% гармонійного сигналу натисніть <ENTER>')
pause
x2 = C.*exp(j*w0.*n);      % ДИСКРЕТНИЙ КОМПЛЕКСНИЙ ГАРМОНІЙНИЙ СИГНАЛ
figure('Name','Discrete Harmonic Signal','NumberTitle', 'off')
subplot(2,1,1),stem(n,real(x2) ,'Linewidth',2), grid
title('Discrete Harmonic Signal: REAL [x2(n)]')
subplot(2,1,2),stem(n,imag(x2) ,'Linewidth',2), xlabel('n'), grid
title('Discrete Harmonic Signal: IMAG [x2(n)]')
disp('%')
disp('%')
disp('% Для продовження натисніть <ENTER>')
pause
disp('%')
disp('%')
disp('% п.5. ЗАТРИМАНІ ПОСЛІДОВНОСТІ')
disp('%')
disp('%')
disp('% Для виведення ГРАФІКІВ затриманих послідовностей натисніть <ENTER>')
pause
u0_m = [zeros(1,m) u0(1:(N-m))];     % ЗАТРИМАНИЙ ЦИФРОВИЙ ОДИНИЧНИЙ ІМПУЛЬС
u1_m = [zeros(1,m) u1(1:(N-m))];     % ЗАТРИМАНИЙ ЦИФРОВИЙ ОДИНИЧНИЙ СТРИБОК
x1_m = [zeros(1,m) x1(1:(N-m))];     % ЗАТРИМАНА ДИСКРЕТНА ЕКСПОНЕНТА
figure('Name','Delayed Discrete Signals','NumberTitle', 'off')
subplot(3,1,1),stem(n,u0_m,'Linewidth',2), grid
title ('Delayed Digital Unit Impulse u0(n-m)')
subplot(3,1,2),stem(n,u1_m,'Linewidth',2), grid
title ('Delayed Digital Unit Step u1(n-m)')
subplot(3,1,3),stem(n,x1_m,'Linewidth',2),xlabel('n'), grid
title ('Delayed Discrete Exponent x1(n-m)')
disp('%')
disp('%')
disp('% Для продовження натисніть <ENTER>')
```

```
pause
disp('%')
disp('%')
disp('% п.6. ДИСКРЕТНИЙ ПРЯМОКУТНИЙ ІМПУЛЬС')
disp('%')
disp('%')
disp('% Для виведення ГРАФІКІВ дискретного прямокутного імпульсу натисніть <ENTER>')
pause
x3_1 = U*rectpuls(n-n0,2*n_imp); x3_1(1:n0) = 0; % ФОРМУВАННЯ ІМПУЛЬСУ ЗА ДОПОМОГОЮ ФУНКЦІЇ rectpuls
x3_2 = [zeros(1,n0) U.*u1((n0+1):(n0+n_imp))...
zeros(1,N-(n0+n_imp))]; % ФОРМУВАННЯ ІМПУЛЬСУ ЗА ДОПОМОГОЮ ЦИФРОВОГО ОДИНИЧНОГО СТРИБКА
figure('Name','Discrete Rectangular and Triangular Impulses','NumberTitle', 'off')
subplot(3,1,1),stem(n,x3_1,'Linewidth',2), grid
title('Discrete Rectangular Impulse x3_1(n)')
subplot(3,1,2),stem(n,x3_2,'Linewidth',2), grid
title('Discrete Rectangular Impulse x3_2 (n)')
disp('%')
disp('%')
disp('% Для продовження натисніть <ENTER>')
pause
disp('%')
disp('%')
disp('% п.7. ДИСКРЕТНИЙ ТРИКУТНИЙ ІМПУЛЬС')
disp('%')
disp('%')
disp('% Для виведення ГРАФІКА дискретного трикутного імпульсу натисніть <ENTER>')
pause
x4 = conv(x3_1,x3_1);            % ДИСКРЕТНИЙ ТРИКУТНИЙ ІМПУЛЬС
L = 2*N-1;                       % ДОВЖИНА ЗГОРТКИ
n = 0:(L-1);                     % ДИСКРЕТНИЙ НОРМОВАНИЙ ЧАС
subplot(3,1,3),stem(n,x4,'Linewidth',2), xlabel('n'), grid
title('Discrete Triangular Impulse x4(n)')
disp('%')
disp('%')
disp('% Для продовження натисніть <ENTER>')
pause
disp('%')
disp('%')
disp('% п.8. ЛІНІЙНА КОМБІНАЦІЯ ДИСКРЕТНИХ ГАРМОНІЙНИХ СИГНАЛІВ')
disp('%')
disp('%')
disp('% Для виведення ГРАФІКІВ гармонійних сигналів і їх лінійної комбінації натисніть <ENTER>')
```

```
pause
n = 0:(5*N-1);                              % ДИСКРЕТНИЙ НОРМОВАНИЙ ЧАС
xi = repmat(B,length(n),1).*sin(n'*w);      % МАТРИЦЯ ДИСКРЕТНИХ ГАРМОНІК
ai = repmat(A,length(n),1);                 % МАТРИЦЯ КОЕФІЦІЄНТІВ
x5 = sum((ai.* xi)');            % ЛІНІЙНА КОМБІНАЦІЯ ДИСКРЕТНИХ ГАРМОНІК
figure('Name','Discrete Harmonic Signals and their Linear
Combination','NumberTitle', 'off')
subplot(4,1,1),stem(n, xi(:,1),'Linewidth',2), grid
title('First Discrete Harmonic Signal')
subplot(4,1,2),stem(n, xi(:,2),'Linewidth',2), grid
title('Second Discrete Harmonic Signal')
subplot(4,1,3),stem(n, xi(:,3),'Linewidth',2), grid
title('Third Discrete Harmonic Signal')
subplot(4,1,4),stem(n,x5,'Linewidth',2), xlabel('n'), grid
title('Linear Combination x5(n)')
disp('%')
disp('%')
disp('% Для виведення СЕРЕДНЬОГО ЗНАЧЕННЯ, ЕНЕРГІЇ та СЕРЕДНЬОЇ ПОТУЖНОСТІ
сигналу x5 натиснути <ENTER>')
pause
mean_x5 = mean(x5);              % СЕРЕДНЄ ЗНАЧЕННЯ СИГНАЛУ
E = sum(x5.^2);                  % ЕНЕРГІЯ СИГНАЛУ
P = sum(x5.^2)/length(x5);       % СЕРЕДНЯ ПОТУЖНІСТЬ СИГНАЛУ
disp('%')
disp('%')
disp([' mean_x5 = ' num2str(mean_x5) ' E = ' num2str(E) ' P = ' num2str(P)])
disp('%')
disp('%')
disp('% Для продовження натисніть <ENTER>')
pause
disp('%')
disp('%')
disp('% п.9. ДИСКРЕТНИЙ ГАРМОНІЙНИЙ СИГНАЛ З ЕКСПОНЕНЦІАЛЬНОЮ ОГИНАЮЧОЮ')
disp('%')
disp('%')
disp('% Для виведення ГРАФІКА гармонійного сигналу з експоненціальної огинає
натисніть <ENTER>')
pause
n = 0:(N-1);                % ДИСКРЕТНИЙ НОРМОВАНИЙ ЧАС
x = C.*sin(w0.*n);          % ДИСКРЕТНИЙ ГАРМОНІЙНИЙ СИГНАЛ
x6 = x.*(abs(a).^n);        % ДИСКРЕТНИЙ ГАРМОНІЙНИЙ СИГНАЛ З ЕКСПОНЕНЦІАЛЬНОЮ
ОГИНАЮЧОЮ
figure('Name','Harmonic Signal with Exponential Envelope. Periodic Sequence
of Rectangular Impulses','NumberTitle', 'off')
subplot(2,1,1),stem(n,x6,'Linewidth',2), grid
title('Harmonic Signal with Exponential Envelope x6(n)')
disp('%')
```

```
disp('%')
disp('% Для продовження натисніть <ENTER>')
pause
disp('%')
disp('%')
disp('% п.10. ПЕРІОДИЧНА ПОСЛІДОВНІСТЬ ДИСКРЕТНИХ ПРЯМОКУТНИХ ІМПУЛЬСІВ')
disp('%')
disp('%')
disp('% Для виведення ГРАФІКА п'яти періодів послідовності натисніть <ENTER>')
pause
xp = [U.*u1(1:n_imp) zeros(1,n_imp)];      % ПЕРІОД ПОСЛІДОВНОСТІ
p = 5;                                     % ЧИСЛО ПЕРІОДІВ
x7 = repmat(xp,1,p);                  % ПЕРІОДИЧНА ПОСЛІДОВНІСТЬ
n = 0:(length(x7)-1);                 % ДИСКРЕТНИЙ НОРМОВАНИЙ ЧАС
subplot(2,1,2), stem(n,x7,'Linewidth',2), xlabel('n'), grid
title('Periodic Sequence of Rectangular Impulses x7(n)')
disp('%')
disp('%')
disp('% Для продовження натисніть <ENTER>')
pause
disp('%')
disp('%')
disp('% п.11. РІВНОМІРНИЙ БІЛИЙ ШУМ')
disp('%')
disp('%')
disp('% Для виведення ОЦІНОК МАТЕМАТИЧНОГО ОЧІКУВАННЯ і ДИСПЕРСІЇ ШУМУ
натисніть <ENTER>')
pause
r_uniform = rand(1,10000);            % РІВНОМІРНИЙ БІЛИЙ ШУМ
mean_uniform = mean(r_uniform);       % ОЦІНКА МАТ. ОЧІКУВАННЯ ШУМУ
var_uniform = var(r_uniform);         % ОЦІНКА ДИСПЕРСІЇ ШУМУ
disp('%')
disp('%')
disp([' mean_uniform = ' num2str(mean_uniform) ' var_uniform = '
num2str(var_uniform)])
disp('%')
disp('%')
disp('% Для виведення графіка АВТОКОВАРІАЦІЙНОЇ ФУНКЦІЇ натисніть <ENTER>')
pause
r_r_uniform = (1/length(r_uniform)).*xcov(r_uniform);     % ОЦІНКА
АВТОКОВАРІАЦІЙНОЇ ФУНКЦІЇ РІВНОМІРНОГО БІЛОГО ШУМУ
m = -(length(r_uniform)-1):(length(r_uniform)-1); % ВЕКТОР ДИСКРЕТНИХ
ЗРУШЕНЬ ДЛЯ АВТОКОВАРІАЦІЙНОЇ ФУНКЦІЇ
figure('Name','Autocovariance Function of Uniform White Noise',
'NumberTitle','off')
stem(m,r_r_uniform,'Linewidth',2), xlabel('m'), grid
title('Autocovariance Function of Uniform White Noise')
```

```
disp('%')
disp('%')
disp('% Для продовження натисніть <ENTER>')
pause
disp('%')
disp('%')
disp('% п.12. НОРМАЛЬНИЙ БІЛИЙ ШУМ')
disp('%')
disp('%')
disp('% Для виведення ОЦІНОК МАТЕМАТИЧНОГО ОЧІКУВАННЯ і ДИСПЕРСІЇ шуму натисніть <ENTER>')
pause
r_norm = randn(1,10000);                % НОРМАЛЬНИЙ БІЛИЙ ШУМ
mean_norm = mean(r_norm);               % ОЦІНКА МАТ. ОЧІКУВАННЯ ШУМУ
var_norm = var(r_norm);                 % ОЦЕНКА ДИСПЕРСИИ ШУМА
disp('%')
disp('%')
disp([' mean_norm = ' num2str(mean_norm) ' var_norm = ' num2str(var_norm)])
disp('%')
disp('%')
disp('% Для виведення графіка АКФ натисніть <ENTER>')
pause
R_r_norm = (1/length(r_norm)).*xcorr(r_norm); % ОЦІНКА АКФ НОРМАЛЬНОГО БІЛОГО ШУМУ
m = -(length(r_norm)-1):(length(r_norm)-1); % ВЕКТОР ДИСКРЕТНИХ ЗРУШЕНЬ ДЛЯ АКФ
figure('Name','ACF of White Gaussian Noise','NumberTitle', 'off')
stem(m,R_r_norm,'Linewidth',2), xlabel('m'), grid
title('ACF of White Gaussian Noise')
disp('%')
disp('%')
disp('% Для продовження натисніть <ENTER>')
pause
disp('%')
disp('%')
disp('% п.13. АДИТИВНА СУМІШ ДИСКРЕТНОГО ГАРМОНІЙНОГО СИГНАЛУ З НОРМАЛЬНИМ БІЛИМ ШУМОМ')
disp('%')
disp('%')
disp('% Для виведення ГРАФІКА адитивної суміші сигналу з шумом натисніть <ENTER>')
pause
n = 0:(N-1);                        % ДИСКРЕТНИЙ НОРМОВАНИЙ ЧАС
x8 = x+randn(1,N);                  % АДИТИВНА СУМІШ СИГНАЛУ З ШУМОМ
figure('Name','Mixture of Harmonic Signal and White Gaussian Noise and ACF','NumberTitle', 'off')
subplot(2,1,1),stem(n,x8,'Linewidth',2),xlabel('n'), grid
title('Mixture of Harmonic Signal and White Gaussian Noise x8(n)')
```

```
disp('%')
disp('%')
disp('% Для продовження натисніть <ENTER>')
pause
disp('%')
disp('%')
disp('% п.14. АКФ АДИТИВНОЇ СУМІШІ ДИСКРЕТНОГО ГАРМОНІЙНОГО СИГНАЛУ З НОРМАЛЬНИМ БІЛИМ ШУМОМ')
disp('%')
disp('%')
disp('% Для виведення ГРАФІКА АКФ натисніть <ENTER>')
pause
R = (1/N).*xcorr(x8);                   % ОЦІНКА АКФ
m = -(N-1):(N-1);                       % ВЕКТОР ДИСКРЕТНИХ ЗРУШЕНЬ ДЛЯ АКФ
subplot(2,1,2),stem((m),R,'Linewidth',2),xlabel('m'), grid
title('ACF R(m)')
disp('%')
disp('%')
disp('% Для виведення ДИСПЕРСІЇ адитивної суміші сигналу з шумом і АКФ R(N) натисніть <ENTER>')
pause
disp('%')
disp('%')
disp([' var_x8 = ' num2str(var(x8))])
disp([' R(N) = ' num2str(R(N))])
disp('%')
disp('%')
disp('% Для продовження натисніть <ENTER>')
pause
disp('%')
disp('%')
disp('% п.15. НОРМАЛЬНИЙ БІЛИЙ ШУМ ІЗ ЗАДАНИМИ СТАТИСТИЧНИМИ ХАРАКТЕРИСТИКАМИ')
r_normMean = randn(1,10000)+Mean;          % НОРМАЛЬНИЙ БІЛИЙ ШУМ ІЗ ЗАДАНИМ МАТЕМАТИЧНИМ ОЧІКУВАННЯМ
r_normVar = sqrt(Var).*randn(1,10000);     % НОРМАЛЬНИЙ БІЛИЙ ШУМ ІЗ ЗАДАНОЮ ДИСПЕРСІЄЮ
r_normMeanVar = sqrt(Var).*randn(1,10000)+ Mean; % НОРМАЛЬНИЙ БІЛИЙ ШУМ ІЗ ЗАДАНИМИ МАТЕМАТИЧНИМ ОЧІКУВАННЯМ І ДИСПЕРСІЄЮ
MAX = max([r_norm r_normMean r_normVar r_normMeanVar]);
% МАКСИМАЛЬНЕ ЗНАЧЕННЯ ШУМУ СЕРЕД ЧОТИРЬОХ ЙОГО РІЗНОВИДІВ
disp('%')
disp('%')
disp('% Для виведення графіків нормального білого шуму натисніть <ENTER>')
pause
figure('Name','White Gaussian Noises with different statistics', 'NumberTitle','off')
subplot(4,1,1), plot(r_norm), grid, ylim([-MAX MAX])
```

```
title(strcat([' Mean value = ',num2str(mean(r_norm)),' Variance =
',num2str(var(r_norm))]))
subplot(4,1,2), plot(r_normMean), grid, ylim([-MAX MAX])
title(strcat([' Mean value = ',num2str(mean(r_normMean)),' Variance =
',num2str(var(r_normMean))]))
subplot(4,1,3), plot(r_normVar), grid, ylim([-MAX MAX])
title(strcat([' Mean value = ',num2str(mean(r_normVar)),' Variance =
',num2str(var(r_normVar))]))
subplot(4,1,4), plot(r_normMeanVar), xlabel('n'), grid, ylim([-MAX MAX])
title(strcat([' Mean value = ',num2str(mean(r_normMeanVar)),' Variance =
',num2str(var(r_normMeanVar))]))
disp('%')
disp('%')
disp('% Для виведення ГІСТОГРАМ нормального білого шуму натисніть <ENTER>')
pause
figure('Name','Histograms with different statistics','NumberTitle', 'off')
subplot(4,1,1), hist(r_norm), grid, xlim([-MAX MAX])
title(strcat([' Mean value = ',num2str(mean(r_norm)),' Variance =
',num2str(var(r_norm))]))
subplot(4,1,2), hist(r_normMean), grid, xlim([-MAX MAX])
title(strcat([' Mean value = ',num2str(mean(r_normMean)),' Variance =
',num2str(var(r_normMean))]))
subplot(4,1,3), hist(r_normVar), grid, xlim([-MAX MAX])
title(strcat([' Mean value = ',num2str(mean(r_normVar)),' Variance =
',num2str(var(r_normVar))]))
subplot(4,1,4),hist(r_normMeanVar), grid, xlim([-MAX MAX])
title(strcat([' Mean value = ',num2str(mean(r_normMeanVar)),' Variance =
',num2str(var(r_normMeanVar))]))
disp('%')
disp('%')
disp('% РОБОТА ЗАВЕРШЕНА')
```

# 7.5. Завдання на самостійну роботу

Завдання на самостійну роботу полягає в створенні function-файлів для моделювання послідовностей з використанням вхідних даних з табл. 7.1 для свого номера бригади $N_{бр}$.

Модельовані послідовності вибираються з наступного списку:

1С. Лінійна комбінація дискретних гармонійних сигналів:

$$x(n) = a_1 x1(n) + a_2 x2(n) + a_3 x3(n),$$

де

$$xi(n) = \mathrm{Re}\left\{B_i e^{j\omega_i n}\right\}, i = 1,2,3 \ ,$$

з виведенням графіків послідовностей $xi(n)$ і $x(n)$ на інтервалі часу $n \in \left[0;(3N-1)\right]$.

2C. Дискретний прямокутний імпульс з амплітудою $U$, тривалістю $2n_{imp}$ і моментом початку $2n_0$ з виведенням графіка на інтервалі часу (7.12).

Визначити енергію і потужність імпульсу.

3C. Періодична послідовність дискретних прямокутних імпульсів з амплітудою $U$, тривалістю $n_{imp}$ і періодом, втричі більшим тривалості імпульсу, з висновком графіка для заданого числа періодів.

4C. Оцінка автоковаріаційної функції $\hat{r}_x(m)$ адитивної суміші дискретного гармонічного сигналу $x(n)$ (7.21) з нормальним білим шумом з параметрами, заданими за замовчуванням, з висновком графіка оцінки автоковаріаційної функції, центрованої щодо $m=0$.

5C. Адитивна суміш дискретного гармонійного сигналу $x(n)$ (7.21) з нормальним білим шумом з математичним очікуванням mean і дисперсією var з виведенням графіка на інтервалі часу (7.12).

6C. Оцінка АКФ нормального білого шуму з математичним очікуванням mean і дисперсією var з висновком графіка оцінки АКФ, центрованої щодо $m=0$.

7C. Дискретний гармонійний сигнал зі зміною миттєвої частоти (ЧМ-сигнал):

$$x(t)_{t=nT} = cos\left(2\pi f(t)t\right). \tag{7.22}$$

Обчислити за допомогою функції:

**`x = chirp(t,f0,t1,f1,method)`**

де `t`, `x` — вектори значень дискретного часу $nT$ (с) і послідовності $x(nT)$ (7.22); `f0` — початкова частота $f_0$ (Гц); `t1`, `f1` — момент дискретного часу $t_1$ (с) і значення частоти $f_1(t_1)$ (Гц); `method` — закон зміни миттєвої частоти $f(t)$:

- `'linear'` — лінійний:

$$f(t) = f_0 + (f_1 - f_0)(t/t_1);$$

- `'quadratic'` — квадратичний:

$$f(t) = f_0 + (f_1 - f_0)(t/t_1)^2;$$

- `'logarithmic'` — логарифмічний (насправді експоненціальний):

$$f(t) = f_0(f_1/f_0)^{t/t_1}.$$

Вивести графіки послідовності $x(nT)$ (7.22) за допомогою функції `plot` на інтервалі дискретного часу $t = nT \in \left[0;\ 50(N-1)T\right]$ з кроком $T$ при $f_0 = 10$, $t_1 = 50(N-1)T$ і $f_1 = 50$ і різних значеннях параметра `method`.

8С. Послідовність з однотональною амплітудною модуляцією (АМ-сигнал):

$$x(n) = C\left[1 + m\cos\left(\Omega n + \varphi_\Omega\right)\right]\cos\left(\hat{\omega}_0 n + \varphi_0\right), \tag{7.23}$$

де $C$, $\hat{\omega}_0$ і $\varphi_0$ — відповідно амплітуда, частота і початкова фаза несучого коливання; $\Omega$ і $\varphi_\Omega$ — частота і початкова фаза модулюючого коливання; $m$ — коефіцієнт модуляції (глибина модуляції), $m \in [0,1]$.

Вивести графіки послідовності $x(n)$ (7.23) за допомогою функції `plot` на інтервалі $n \in \left[0;(20N-1)\right]$ при наступних значеннях параметрів АМ-сигналу:

- $\varphi_0 = \pi/3$, $\Omega = \hat{\omega}_0/4$ , $\varphi_\Omega = \pi/6$ , $m = 0{,}5$;
- $\varphi_0 = 0$, $\Omega = \hat{\omega}_0/4$ , $\varphi_\Omega = 0$ при $m = 0{,}5$, $m = 0$ і $m = 1$.

9С. Послідовність у вигляді Гаусового радіоімпульсу:

$$x(n) = e^{-an^2}\cos\left(\hat{\omega}_1 n\right), \tag{7.24}$$

де $a$ — параметр, керуючий тривалістю радіоімпульсу, $\hat{\omega}_1$ — несуча частота.

Вивести графіки послідовності $x(n)$ (7.24) за допомогою функції `plot` при наступних значеннях параметрів Гауссова радіоімпульса:

- $\hat{\omega}_1 = \hat{\omega}_0/2$;
- $a$ = 0,0005; 0,001; 0,005 ,

на інтервалі $n \in \left[-3(N-1);3(N-1)\right]$ і на інтервалі $n \in \left[0;6(N-1)\right]$ (зі зрушенням в область позитивного часу).

10С. Послідовність

$$x(t)\Big|_{t=nT} = \frac{\sin \pi t}{\pi t}. \tag{7.25}$$

Обчислити за допомогою функції:

**`x=sinc(t)`**

де `t`, `x` — вектори значень дискретного часу $nT$ (с) і послідовності $x(nT)$ (7.25).

Вивести графіки послідовності $x(nT)$ (7.25) на інтервалі $t = nT \in [-500(N-1)T;500(N-1)T]$ з кроком $T$ і на інтервалі $t = nT \in \left[0;1000(N-1)T\right]$ (зі зрушенням в область позитивного часу).

# 7.6. Звіт та контрольні питання

Звіт складається в редакторі MS Word і містить вхідні дані і результати виконання кожного пункту завдання, включаючи копіюються з вікна **Command Window** результати обчислень (шрифт Courier New), створені графіки (копіюються по команді **Edit | Copy Figure** у вікні **Figure)** і відповіді на поставлені питання (шрифт Times New Roman).

Захист лабораторної роботи проводиться на підставі поданого звіту та контрольних питань з наступного списку:

1. Дайте визначення дискретного і цифрового сигналів.
2. Як математично описується дискретний сигнал?
3. Який тип даних використовується за замовчуванням при описі послідовностей в MATLAB?
4. Що таке період і частота дискретизації і як вони пов'язані один з одним?
5. Дайте визначення дискретного нормованого часу.
6. Дайте визначення нормованої частоти $\hat{\omega}$ .
7. Які дискретні сигнали називають детермінованими?
8. Назвіть основні характеристики детермінованих дискретних сигналів.
9. Поясніть, з якою метою і як обчислюються автокореляційна і автоковаріаціонная функції.
10. Якими властивостями володіє АКФ?
11. Які дискретні сигнали називають випадковими?
12. Що таке ансамбль реалізацій випадкового дискретного сигналу?
13. Назвіть основні статистичні характеристики випадкових дискретних сигнал.
14. Як визначаються основні статистичні характеристики випадкових дискретних сигналів по ансамблю реалізацій?
15. Які випадкові дискретні сигнали називають стаціонарними в широкому сенсі?
16. Які випадкові дискретні сигнали називають ергодичними?
17. Дайте визначення рівномірного білого шуму і нормального білого шуму.
18. Який вид мають АКФ нормального білого шуму і автоковаріаціонная функція рівномірного білого шуму?