

**НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ БІОРЕСУРСІВ І
ПРИРОДОКОРИСТУВАННЯ УКРАЇНИ
Факультет конструювання та дизайну**

Кафедра механіки

**Лабораторна робота № 2
КІНЕМАТИЧНЕ ДОСЛІДЖЕННЯ ГРАФІЧНИМ МЕТОДОМ
МЕХАНІЗМІВ**

Київ – 2022

ЛАБОРАТОРНА РОБОТА №2

КІНЕМАТИЧНЕ ДОСЛІДЖЕННЯ ГРАФІЧНИМ МЕТОДОМ МЕХАНІЗМІВ

Мета роботи:

- набути практичних навичок кінематичного дослідження плоских механізмів методом діаграм.
- Визначити переміщення, швидкості і прискорення вихідної ланки.

Прилади і обладнання: плоский важільний механізм, транспортер, циркуль, лінійка, набір лекал.

2.1. Опис лабораторних моделей механізмів.

Установка складається з моделі плоского кривошипно-повзунного механізму. Поزا ведучої ланки закріплено транспортер з поділками через 30° . Стрілки на повзуні і лінійка з поділками на напрямній вихідної ланки (повзуна) дає змогу безпосередньо відлучувати її шляхи, що відповідають будь-якому положенню кривошипа.

На рис. 2.1 – 2.4 наведені приклади інших моделей плоских важільних механізмів.



Рис. 2.1



Рис. 2.2



Рис. 2.3

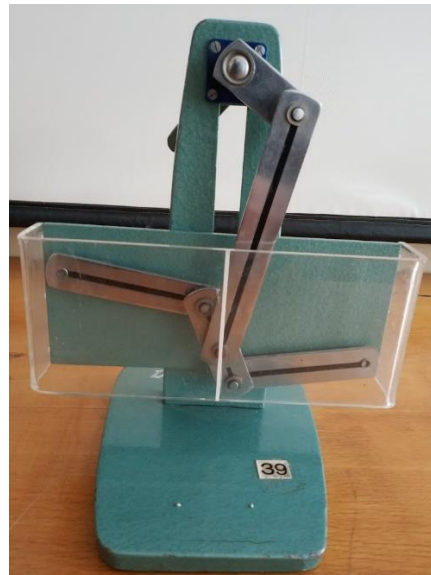


Рис. 2.4

2.2 Теоретичні відомості

Загальні задачі кінематичного аналізу зводяться до визначення кінематичних характеристик руху механізму, структура якого і геометричні розміри вже відомі.

Кінематичними характеристиками механізму являються його функції положення по часу та її похідні. Як відомо, першою похідною цієї функції є швидкість (лінійна v або кутова ω), другою похідною є прискорення (лінійне a або кутове ε).

При кінематичному дослідженні механізмів рух ланок аналізується тільки з геометричної точки зору без ураховання сил, які діють на них.

Кінематичне дослідження проводиться, як правило, за заданим законом руху початкової (вхідної) ланки та кінематичною схемою механізму.

Існують наступні методи кінематичного аналізу механізмів: графічний, графоаналітичний, аналітичний та експериментальний.

Графічний метод базується на законах нарисної, проектної та диференціальної геометрії. Він дає прості і наочні рішення при дослідженні ланок, що здійснюють поступальний або обертальний (коливальний) рух. Якщо ж ланки механізму здійснюють складний рух, то графічний метод стає неефективним.

Графоаналітичний метод (або метод планів) є досить наглядним і простим. Він дає можливість за допомогою досить нескладних графічних побудов і без використання графічного диференціювання визначити величини швидкостей та прискорень точок і ланок механізму.

Аналітичний метод використовується тоді, коли необхідно отримати загальний розв'язок задачі. Це досить трудомісткий метод, який передбачає використання складного математичного апарату і вміння оперувати досить громіздкими математичними виразами. Але, коли з'явилися ЕОМ, аналітичний метод набув широкого застосування, який дав можливість здійснити багатоваріантні дослідження механізмів і тим самим вибирати такі схеми механізмів і розміри їх ланок, що забезпечать найкращі умови роботи, тобто здійснити оптимальний синтез механізмів.

Експериментальний метод кінематичного аналізу потребує наявності реального готового механізму або його моделі та спеціального вимірювального обладнання. Він використовується для визначення реальних кінематичних параметрів, які отримані експериментально при лабораторних та польових дослідженнях механізмів і машин, для перевірки їх відповідності експлуатаційним вимогам.

При кінематичному аналізі застосовують наступні графічні методи: метод побудови плану положень механізму (метод планів), а також метод побудови кінематичних діаграм переміщення, швидкості і прискорення (метод діаграм).

Обидва методи дають за точністю приблизно однаковий результат. Але метод діаграм в основному застосовується для визначення закону руху і кінематичних параметрів характерних точок вихідних ланок механізму, а метод планів дозволяє знайти кінематичні параметри будь яких точок на ланках механізму.

Особливістю графічних методів є те, що такий спосіб розв'язання задач потребує зображення різноманітних фізичних величин (переміщень, довжин ланок

Кінематичні діаграми механізму

Для кінематичного дослідження закономірностей зміни переміщень, швидкостей і прискорень за повний цикл (період T) руху досліджуваного механізму використовують кінематичні діаграми (графіки руху) механізму.

Кінематична діаграма – це графічне зображення зміни одного з кінематичних параметрів ланки чи її точки: переміщення, швидкості або прискорення як функції від часу t або від переміщення φ_1 початкової ланки механізму (як функції від узагальненої координати).

Кінематичні діаграми дають можливість наглядно дослідити зміну лінійних $s = s(t)$ або кутових $\varphi = \varphi(t)$ переміщень, якщо ланка здійснює коливальний рух, лінійних $v = v(t)$ або кутових $\omega = \omega(t)$ швидкостей і лінійних $a = a(t)$ або кутових $\varepsilon = \varepsilon(t)$ прискорень ланок або їх точок на протязі всього циклу руху механізму.

Як правило, кінематичні діаграми будують для вихідної ланки механізму чи точки, до якої умовно прикладені зовнішні сили.

Вхідними параметрами для побудови кінематичних діаграм є план положень механізму, на основі якого будують діаграму лінійних або, при коливальному русі ланки, кутових переміщень вихідної ланки.

На основі отриманих графічних залежностей переміщення виду $s = s(t)$ або $\varphi = \varphi(t)$ далі методом графічного диференціювання можна побудувати відповідні графічні залежності для швидкостей $v = v(t)$, $\omega = \omega(t)$ та прискорень $a = a(t)$, $\varepsilon = \varepsilon(t)$:

$$v = \frac{ds}{dt}; \quad a = \frac{dv}{dt},$$

або

$$\omega = \frac{d\varphi}{dt}; \quad \varepsilon = \frac{d\omega}{dt}.$$

Наприклад, у випадку кривошипно-повзунного механізму для точки B повзуна кінематичними діаграмами будуть графічні залежності виду $s_B = s_B(t)$, $v_B = v_B(t)$, $a_B = a_B(t)$ або виду $s_B = s_B(\varphi_1)$, $v_B = v_B(\varphi_1)$, $a_B = a_B(\varphi_1)$ за один період T руху механізму.

При побудові діаграми переміщень на осі абсцис відкладають відрізок l , який у масштабі часу μ_t буде відповідати періоду одного оберту кривошипа:

$$\mu_t = \frac{T}{l} = \frac{2\pi}{\omega_1 \cdot l}, \quad \frac{c}{\text{мм}}, \quad (3.4)$$

де $T = \frac{2\pi}{\omega_1}$, c – період кінематичної діаграми, що відповідає періоду одного

оберту кривошипа; ω_1 , c^{-1} – кутова швидкість кривошипа.

На осі ординат відкладають лінійні переміщенні заданої точки вихідної ланки або її кутові переміщення, у масштабі, який, як правило, дорівнює масштабному коефіцієнту планів механізму:

$$\mu_s = \mu_l; \quad \mu_{\varphi_i} = \mu_{\varphi}.$$

Метод графічного диференціювання

Побудова діаграм швидкостей і прискорень важільних механізмів базується на графічних методах диференціювання відомих чи знайдених графіків функцій переміщень $s = s(t)$ або $\varphi = \varphi(t)$ і швидкостей $v = v(t)$, $\omega = \omega(t)$.

Існує два основних метода графічного диференціювання – метод дотичних і метод хорд.

Теорія графічного диференціювання деякої функції $f = f(t)$ базується на тому, що з геометричної точки зору похідна цієї функції $f'(t)$ визначається тангенсом кута α нахилу дотичної, проведеної до функції у точці, абсциса якої є точкою диференціювання:

$$f'(t) = \operatorname{tg} \alpha.$$

Отже для того, щоб, наприклад, побудувати діаграму швидкостей $v(t) = \frac{ds}{dt}$, необхідно через ряд точок на діаграмі переміщень $s = s(t)$ провести дотичні, знайти кути нахилу дотичних, їх тангенси і на підставі отриманих значень побудувати діаграму швидкостей у деякому масштабі μ_v . Даний метод графічного диференціювання і є методом дотичних.

На відміну від методу дотичних в методі хорд дотичні замінюються хордами – прямолінійними відрізками, які з'єднують сусідні точки графіку функції. Метод хорд ґрунтується на відомій теоремі про скінчений приріст функції: якщо функція, що задана графічно, та її похідна неперервні в будь-якому інтервалі, то хорда, яка стягує цю дугу на цьому інтервалі, паралельна дотичній до кривої, принаймі в одній точці, що належить кривій в середині цього інтервалу. Зменшуючи інтервал, можна досягти того, що дотична і хорда злілються. Отже, чим менший інтервал, тим точніше буде виконано диференціювання.

Розглянемо більш докладно методику графічного диференціювання деякої функції $f = f(t)$ методом хорд (рис. 2.5).

На кривій $f = f(t)$ відмітимо ряд точок $1, 2, 3, \dots$, які з'єднаємо хордами a, b, c, d, \dots із кутами нахилу $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \dots$ до осі абсцис. Тобто замінимо задану криву $f(t)$ ломаною лінією із відповідних хорд.

При цьому приймемо наступне припущення: кут нахилу дотичних в точках, які розташовані посередині кожної ділянки кривої, дорівнює куту нахилу відповідної хорди. Це припущення дає деяку похибку, але вона відноситься тільки до даної точки. Отже похибки не накопичуються, що забезпечує прийнятну точність даного методу.

Під графіком функції $f(t)$ в новій системі координат виберемо відрізок PO , проведемо під кутами $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \dots$ промені Pa, Pb, Pc, Pd, \dots до їх перетину з

віссю ординат. Перенесемо ці точки перетину на ординати, що проведені посередині кожного з інтервалів $01, 12, 23, \dots$.

В результаті отримаємо точки $1_2, 2_2, 3_2, \dots$, диференціальної кривої $f'(t)$, які треба з'єднати плавною кривою (рис. 2.5).

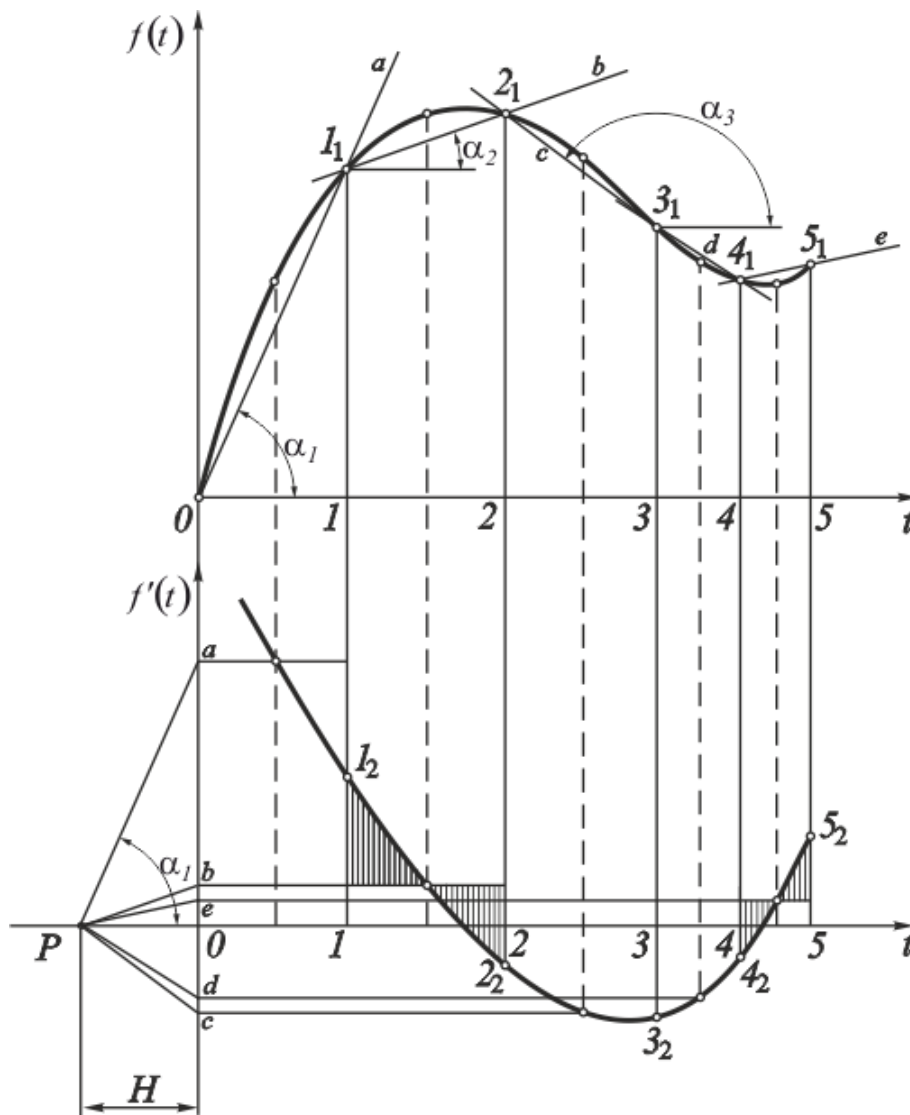


Рис. 2.5

Для досягнення більшої точності результатів отриману лінію диференціальної кривої $f'(t)$ можна скоректувати і провести трохи вище або нижче так, щоб площі криволінійних трикутників (позначені штриховкою) над та під горизонталями відповідних ділянок $01, 12, 23, \dots$ були приблизно однаковими.

Знайдена таким чином крива і буде шуканим графіком функції $f'(t)$.

Треба зазначити, що графік похідної $f'(t)$ буде більш точним при застосуванні більшої кількості частин поділу кривої. Інтервали не обов'язково повинні бути рівними між собою; їх розмір вибирається з урахуванням того, щоб відповідні частини кривої менше відхилялись від прямої. Особливу увагу треба звернути на ділянки, де крива, яку диференціюють, має екстремуми. Отже ділянки, у яких лінія значно звивається, слід розбивати на більше число частин.

У цілому при графічній побудові диференціальних кривих треба враховувати їх наступні загальні закономірності:

- зростанню ординат кривої, що диференціюється, відповідають додатні значення ординат диференціальної кривої, а зменшенню – від’ємні значення;
- у точках максимальних значень кривої, що диференціюється, диференціальна крива проходить через нуль від додатних значень ординат до від’ємних, а у точках мінімальних значень – від від’ємних значень ординат до додатних;
- точці перегину кривої, що диференціюється, відповідають максимальні або мінімальні значення диференціальної кривої.

Масштаб при графічному диференціюванні

Припустимо, що задана крива виду $f(t)$ (рис. 2.5) є діаграмою лінійних переміщень, $s = s(t)$ і має поточні значення по осі абсцис $t_i = x_i, мм$, а по осі ординат $s_i = y_i, мм$.

Тоді для будь-якої довільної точки цієї кривої, знаючи масштаб переміщень μ_s та масштаб часу μ_t , реальні переміщення в реальному часі можна визначити як

$$s_i = y_i \cdot \mu_s, \text{ м},$$

$$t_i = x_i \cdot \mu_t, \text{ с}.$$

Значення швидкості при цьому відповідно буде дорівнювати

$$v = \frac{ds}{dt} = \frac{\mu_s}{\mu_t} \frac{dy_i}{dx_i} = \frac{\mu_s}{\mu_t} \cdot \operatorname{tg} \alpha_i, \frac{\text{м}}{\text{с}}.$$

Підставимо в останній вираз

$$v(t_i) = y'_i \cdot \mu_v,$$

та

$$\operatorname{tg} \alpha_i = \frac{y'_i}{H},$$

де $y'_i, мм$ – відрізки $11_2, 22_2, 33_2, \dots$, які зображають в масштабі μ_v швидкості у відповідних положеннях механізму; H – полюсна відстань PO .

В результаті масштабний коефіцієнт діаграми швидкості μ_v можна визначити як

$$\mu_v = \frac{\mu_s}{\mu_t \cdot H}, \frac{\text{м} \cdot \text{с}^{-1}}{\text{мм}},$$

Отже у загальному випадку масштабний коефіцієнт диференціальної кривої $y'(x)$ буде

$$\mu_{y'} = \frac{\mu_y}{\mu_x \cdot H}.$$

Аналогічно можна знайти масштабний коефіцієнт і діаграми прискорень як диференціальної кривої від функції швидкості.

Відповідно до цього масштаб діаграми швидкостей можна визначити як

$$\mu_v = \frac{\mu_s}{\mu_t \cdot H_1}, \quad \frac{m \cdot c^{-1}}{mm},$$

де H_1 , мм – полюсна відстань на діаграмі швидкостей.

Масштаб діаграми прискорень

$$\mu_a = \frac{\mu_v}{\mu_t \cdot H_2}, \quad \frac{m \cdot c^{-2}}{mm},$$

де H_2 , мм – полюсна відстань на діаграмі прискорень.

Приклад графічного методу кінематичного аналізу:

Розглянемо метод хорд графічного диференціювання на прикладі кривошипно-повзунного механізму (рис.2.6), період обертю кривошипа розглянемо у 8-ох положеннях.

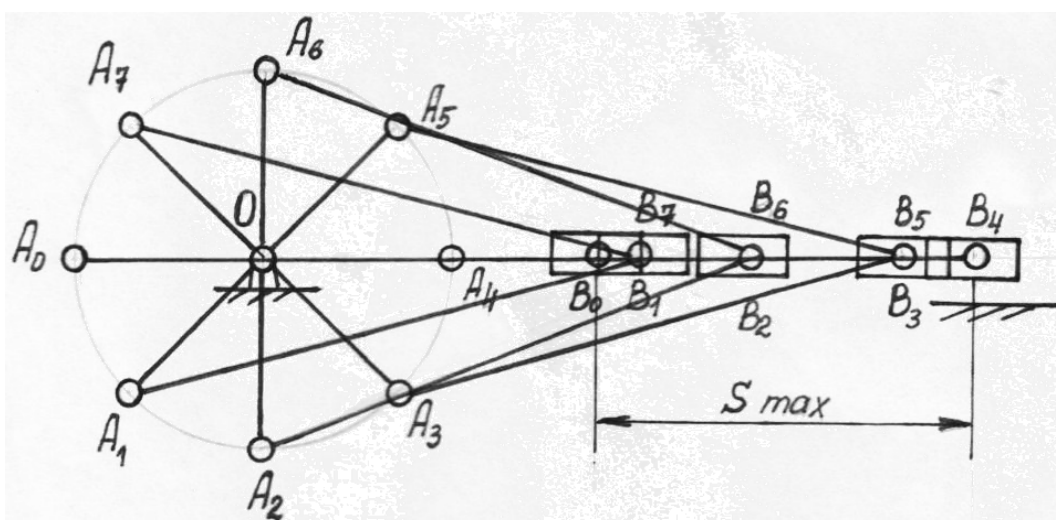


Рис.2.6. Кривошипно-повзунний механізм (в масштабі μ_L)

Спочатку побудуємо графік переміщення повзуна як функцію часу $S_B = S_B(t)$, а потім графічним диференціюванням дістанемо графіки його швидкості $V_B = V_B(t)$ і прискорення $a_B = a_B(t)$.

Кінематичні діаграми будуємо на одній базі по осі абсцис (рис. 2.7). Для побудови діаграм, на осі абсцис відкладемо відрізок L , мм, що в масштабі μ_t буде часом періоду руху (одного повного обертю) кривошипа, який поділимо на 8 рівних частин (на таку кількість відрізків, на яку розбита траєкторія точки A кривошипа); в точках поділу креслимо вздовж осі ординат тонкі лінії.

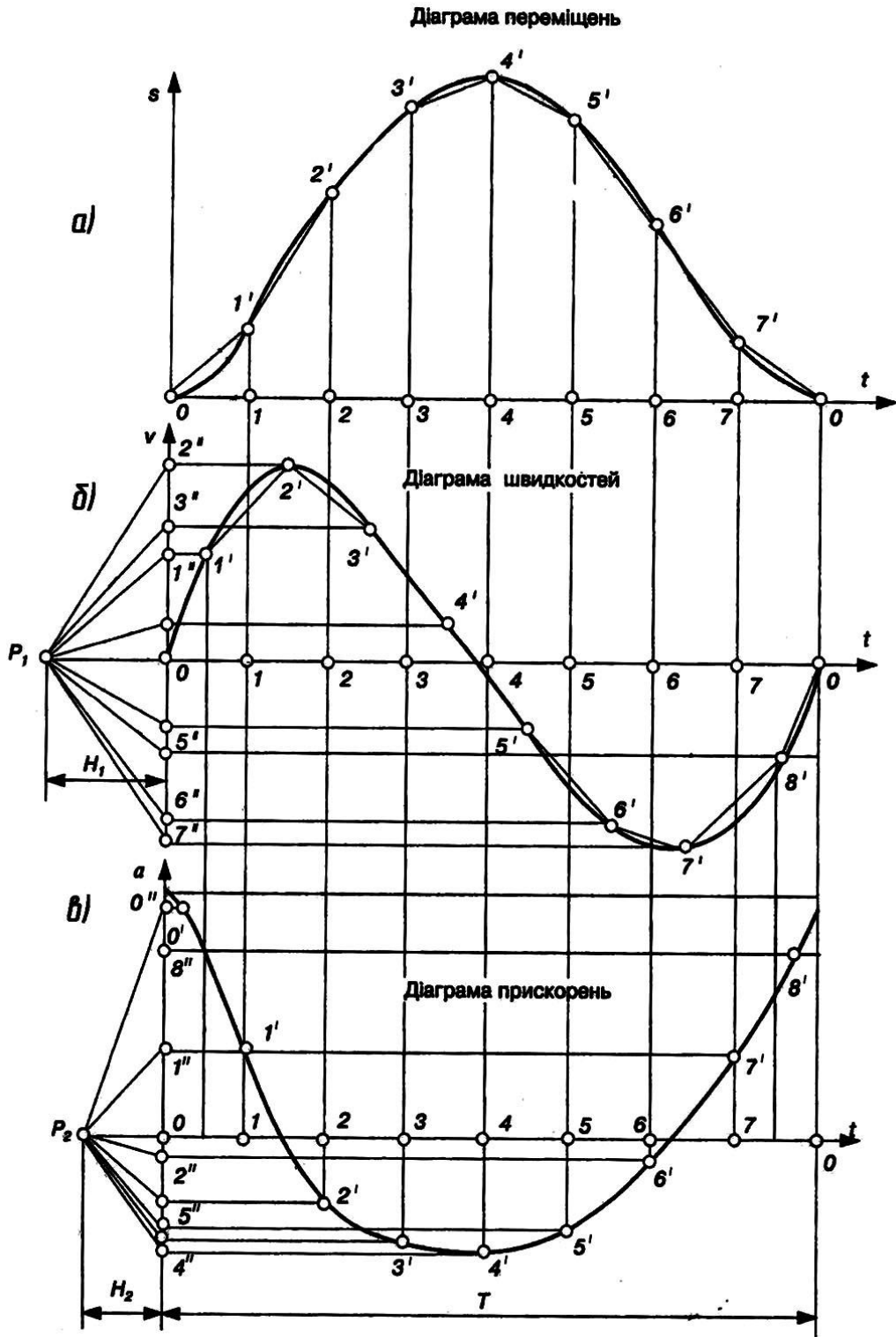


Рис. 2.7. Кінематичні діаграми руху повзуна

Побудова діаграми переміщення повзуна $S_B=S_B(t)$ (рис. 2.7,а): відкладаємо на відповідних ординатах переміщення точки B повзуна від крайнього його положення B_0 . Масштаб графіка шляху μ_S можна взяти таким, що дорівнює масштабів планів положень механізму μ_L . Якщо графік займає багато місця за висотою, то ординати його треба зменшити, а масштаб відповідно збільшити. Сполучивши точки плавною кривою, дістанемо діаграму пройдених шляхів $S_B=S_B(t)$.

Побудова діаграми швидкості повзуна $V_B=V_B(t)$ (рис.2.7, б): диференціювання виконується в такому порядку. На проміжках графіку переміщень $S_B=S_B(t)$ замінюємо криву відрізками прямих (хордами). Обираємо на продовженні осі абсцис (часу t) ліворуч від осі ординат графіка швидкості $V_B=V_B(t)$ довільний відрізок H_1 (полюсну відстань, 15-50 мм).

Із точки H_1 проведемо промені, паралельні відповідним хордам графіка $S_B=S_B(t)$ до перетину з віссю ординат. Через точки, що дістали, проведемо лінії, паралельні осі абсцис до середини відповідних інтервалів графіка швидкості $V_B=V_B(t)$. Згідно з формулою ці відрізки зображують швидкості повзуна в середині цих інтервалів у певному масштабі μ_V (січна паралельна дотичній в середині інтервалу).

З'єднаємо плавною кривою отримані точки (ординати цих відрізків у середині інтервалів) і дістанемо діаграму швидкості повзуна.

Побудова діаграми прискорення повзуна $a_B= a_B(t)$ (рис.2.7, в): графік прискорень повзуна будується аналогічно побудові діаграми швидкості повзуна.

Полюсну відстань H_2 можна взяти такою, що дорівнює H_1 .

2.3. Хід виконання роботи

1. Побудувати діаграму лінійних переміщень ланки механізму, яка здійснює поступальний рух.
2. Побудувати діаграму швидкостей методом графічного диференціювання кінематичної діаграми переміщень.
3. Побудувати діаграму прискорень методом графічного диференціювання діаграми швидкостей.
4. Визначити величини переміщення, швидкості і прискорення в двох заданих положеннях механізму.
5. Зробити загальні висновки про результати досліджень.

2.4. Порядок проведення роботи

1. Робимо заміри моделі плоского важільного механізму і результати заносимо до таблиці.
2. Вибираємо масштабний коефіцієнт: $\mu_l = \frac{l_{OA}}{OA}$, $\frac{м}{мм}$, де l_{OA} – справжній розмір початкової ланки; OA – масштабний розмір ланки на кресленні, розраховуємо розміри ланок моделі механізму для зображення його кінематичної схеми. Результати обрахунків заносимо до таблиці.
3. На кресленні знаходимо крайні положення механізму, коли вихідна ланка буде максимально віддалена і наближена до механізму.
4. Ділимо траєкторію руху крайньої точки кривошипа на рівні частини i , починаючи з нульового, будуємо план всіх положень механізму.

5. Будуємо діаграму лінійних переміщень вихідної ланки механізму у масштабі переміщень: $\mu_S = \frac{m}{mm}$, де l_{OA} , м – довжина кривошипа; h , мм – довжина вертикального відрізка на діаграмі, що відображає максимальний хід вихідної ланки.
6. Визначаємо масштаб часу $\mu_t = \frac{T}{l} = \frac{2\pi}{\omega_1 \cdot l}$, $\frac{c}{mm}$, де $T = \frac{2\pi}{\omega_1}$, с – період діаграми переміщень.
7. Вибираємо довільну полюсну відстань H_1 , мм (полюсну відстань, 15...50 мм) і будуємо діаграму швидкостей методом графічного диференціювання діаграми переміщень.
8. Розраховуємо масштаб діаграми швидкостей $\mu_v = \frac{\mu_S}{\mu_t \cdot H_1}$, $\frac{m \cdot c^{-1}}{mm}$.
9. Вибираємо довільну полюсну відстань H_2 , мм і будуємо діаграму прискорень методом графічного диференціювання діаграми швидкостей.
10. Розраховуємо масштаб діаграми прискорень $\mu_a = \frac{\mu_v}{\mu_t \cdot H_2}$, $\frac{m \cdot c^{-2}}{mm}$.
11. Із отриманих кінематичних діаграм визначаємо переміщення швидкості і прискорення в i -тому заданому положенні механізму. Результати розрахунків заносимо до таблицю.
12. Робимо загальні висновки про результати проведених досліджень.

2.5. Зміст звіту та форма протоколу

1. Назва і мета роботи.
2. Результати замірів розмірів моделі важільного механізму.
3. Результати розрахованих розмірів механізму у вибраному масштабі зображення.
4. План положень механізму, починаючи з 0-го.
5. Кінематичну діаграму переміщення.
6. Діаграму швидкості.
7. Діаграму прискорення.
8. Розрахункові значення переміщення, швидкості і прискорення вихідної ланки механізму.
9. Висновки про результати проведених досліджень.

Контрольні запитання при захисті роботи

1. Назвіть основні задачі кінематичного аналізу механізмів.
2. У якій послідовності проводиться кінематичний аналіз механізмів?
3. Які методи кінематичного дослідження механізмів Ви знаєте?
4. Які переваги і недоліки графічних методів дослідження механізмів?
5. Дайте загальне визначення масштабного коефіцієнта.
6. Що називають планом положень механізму?

7. В чому полягає метод засічок?
8. Як визначити крайні положення механізмів?
9. Наведіть приклад побудови плану положень плоского важільного механізму.
10. Дайте визначення кінематичної діаграми.
11. Які види кінематичних діаграм Ви знаєте?
12. Назвіть методи графічного диференціювання, в чому полягає їх принцип?
13. Як розрахувати масштаб при графічному диференціюванні?
14. В чому полягає графічне інтегрування методом хорд?

Література

1. Бабаков И.М. Теория колебаний. – М.: Наука, 1968. – 560 с.
2. Булгаков В.М., Калетнік Г.М., Паламарчук І.П., Головач І.В., Черниш О.М. Машини та технологічне обладнання вібраційної дії. Навчальний посібник. – К.: «ХАЙ-ТЕК Прес», 2013. – 486 с.
3. Василенко М.В., Алексейчук О.М. Теорія коливань і стійкості руху. – К.: Вища шк., 2004. – 525 с.
4. Вибрации в технике: Справочник. – Т.1-6. – М.: Машиностроение, 1981.
5. Пановко Я.Г. Основы прикладной теории колебаний и удара. – Л.: Политехника, 1990. – 272 с.
6. Чолпан П.П. Фізика.- К.: Вища школа, 2003.- С.77-80.
7. E Butikov. Simulations of Oscillatory Systems: with Award-Winning Software, Physics of Oscillations. – [Taylor & Francis Group, CRC Press, USA.](#) – 2015. – 363 pp.