

**НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ БІОРЕСУРСІВ І  
ПРИРОДОКОРИСТУВАННЯ УКРАЇНИ  
Факультет конструювання та дизайну**

**Кафедра механіки**

**Практична робота № 3**

**Плани швидкостей і прискорень механізмів**

**Київ – 2022**



## ПРАКТИЧНА РОБОТА № 3

### ПЛАНИ ШВИДКОСТЕЙ І ПРИСКОРЕНЬ МЕХАНІЗМІВ

#### Мета роботи:

Навчитися будувати плани швидкостей і прискорень механізмів, визначати напрямки і величину векторів лінійних швидкостей і прискорень їх характерних точок, а також напрямки і величину кутових швидкостей і прискорень ланок

### 3.1 Теоретичні відомості

Основним методом графо-аналітичного дослідження є побудова планів положень, швидкостей і прискорень механізму.

Наочне уявлення про величини і напрямки швидкостей та прискорень окремих точок механізму дають плани швидкостей та прискорень.

Планом швидкостей (прискорень) ланки називається графічна побудова у вигляді пучка, промені якого відображають абсолютні швидкості (прискорення) точок ланок механізму, а відрізки, що з'єднують кінці променів – відносні швидкості (прискорення) відповідних точок за даного положення ланки.

Планом швидкостей (прискорень) механізму називається сукупність планів швидкостей (прискорень) всіх ланок механізму з одним спільним полюсом. Всі нерухомі точки ланок механізмів зображуються в полюсах планів швидкостей і прискорень.

Побудова планів швидкостей та прискорень ґрунтується на графічному розв'язанні векторних рівнянь розподілу швидкостей і прискорень.

Розглянемо два характерних випадки.

1. Дві точки  $A$  і  $B$  (рис. 1) належать одній ланці і розташовані одна від одної на відстані  $l_{AB}$ .

Зв'язок між швидкостями точок  $A$  і  $B$  може бути представлений векторним рівнянням

$$\vec{v}_B = \vec{v}_A + \vec{v}_{BA},$$

тобто швидкість точки  $B$  є геометричною сумою швидкості точки  $A$  в переносному поступальному русі і швидкості точки  $B$  в обертальному русі ланки відносно точки  $A$  ( $\vec{v}_{BA} \perp BA$ ).

Зобразимо швидкості точок  $A$  і  $B$  в масштабі  $\mu_v$ , відрізками  $pa$  та  $pb$ , відкладеними від однієї точки  $p$  (рис. 1, б):

$$v_A = (pa) \mu_v; \quad v_B = (pb) \mu_v.$$

З'єднаємо кінці цих відрізків (точки  $a$  і  $b$ ) прямою лінією. Отриманий трикутник  $rab$  називається планом швидкостей ланки, а точка  $p$  – полюсом плану швидкостей.

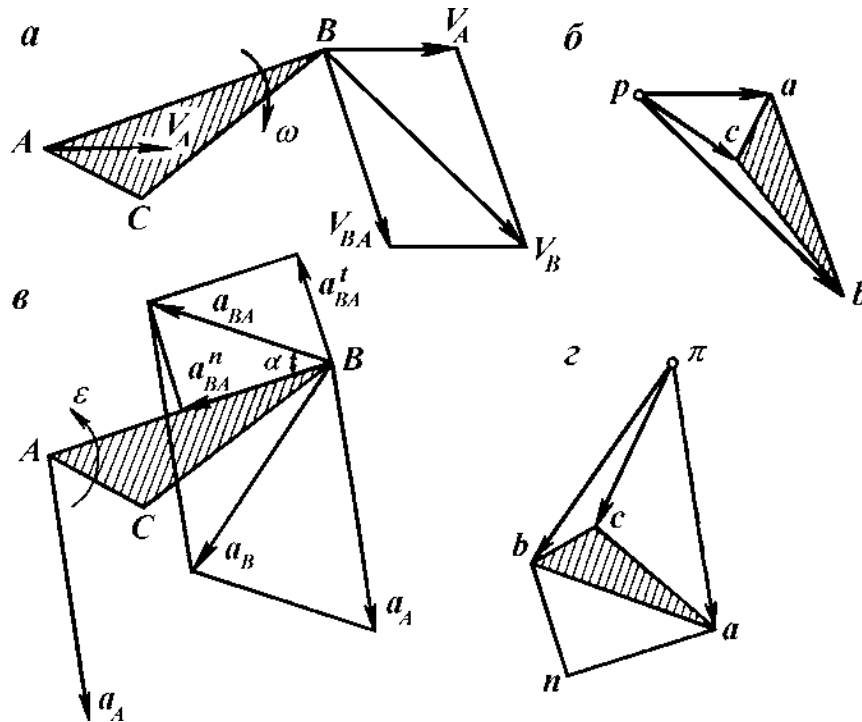


Рис. 1. Побудова планів швидкостей та прискорень

Для визначення швидкостей інших точок ланки можна також скористатися векторними рівняннями швидкостей. Однак в тих випадках, коли відомі швидкості двох точок ланки, швидкості інших точок ланки краще знаходити на основі теореми подібності для швидкостей: відрізки прямих ліній, які з'єднують точки на плані ланки, і відрізки прямих ліній, які з'єднують кінці векторів швидкостей цих точок на плані швидкостей, утворюють подібні і подібно розташовані фігури.

Фігура на плані швидкостей повернута відносно фігури на плані ланки в напрямку  $\omega$  на  $90^\circ$ . Ознакою подібного розташування фігур може бути порядок літер при обході цих фігур за контуром в певному напрямі. Так, якщо при обході контура трикутника  $ABC$  (рис. 1, а), наприклад, за годинниковою стрілкою, у його вершин послідовно зустрічаються літери  $A$ ,  $B$  і  $C$  і при обході контура трикутника  $abc$  (рис. 1, б) за годинниковою стрілкою також послідовно зустрічаються літери  $a$ ,  $b$  і  $c$ , трикутники  $ABC$  і  $abc$  є подібно розташованими.

Побудувавши за теоремою подібності на відрізьку  $ab$  трикутник  $abc$  і з'єднавши полюс  $p$  з точкою  $c$ , отримаємо відрізок  $pc$  (рис. 1, б), який зображує в масштабі  $\mu_V$  швидкість  $\overline{V_C}$ .

$$\omega = \frac{V_{BA}}{l_{BA}},$$

де  $V_{BA} = ab \cdot \mu_v$  – лінійна швидкість ланки  $AB$ , а напрямок  $\omega$  можна знайти, якщо в точці  $B$  (рис. 1, а) прикласти вектор  $\overline{V_{AB}}$ .

Напрямки відносних швидкостей можна знайти з плану швидкостей.

Вектор  $\overline{V_{AB}}$  – це вектор відносної швидкості точки  $B$  навколо точки  $A$ , який на плані зображено відрізком  $ab$ . Разом з тим, відрізок  $ba$  – це зображення вектора  $\overline{V_{AB}}$ .

Прискорення точок  $A$  і  $B$  пов'язані між собою векторним рівнянням

$$\overline{a_B} = \overline{a_A} + \overline{a_{BA}},$$

тобто прискорення точки  $B$  є геометричною сумою прискорення  $\overline{a_A}$  точки  $A$  в переносному поступальному русі та прискорення  $\overline{a_{BA}}$  точки  $B$  в обертальному русі ланки відносно точки  $A$ .

Повне відносне прискорення  $\overline{a_{AB}}$  складається в свою чергу з двох прискорень: нормального  $a_n$ , спрямованого до центру відносного обертання, тобто від точки  $B$  до точки  $A$ , і тангенціального  $a_t$ , спрямованого перпендикулярно відрізку  $AB$  (рис. 1, в). Тому

$$\overline{a_B} = \overline{a_A} + \overline{a_{BA}^n} + \overline{a_{BA}^t}.$$

Для обчислення модуля нормального прискорення застосуємо план швидкостей (рис. 1, б).

$$a_{BA}^n = \frac{v_{BA}^2}{l_{AB}} = \frac{(ab \cdot \mu_v)^2}{l_{AB}}.$$

Тангенціальне прискорення знайдемо з формули

$$a_{BA}^t = l_{BA} \cdot \varepsilon,$$

де  $\varepsilon$  – кутове прискорення ланки.

На рис. 1, г наведено план прискорень ланки. Прискорення точки  $A$  і  $B$  зображено на плані в масштабі  $\mu_a$  а відрізками  $\pi a$  та  $\pi b$ , відкладеними з однієї загальної точки  $\pi$  – полюса плану прискорень

$$a_A = (\pi a) \mu_a; \quad a_B = (\pi b) \mu_a.$$

Для визначення прискорення точки  $C$  доцільно використати теорему подібності для прискорень: відрізки прямих ліній, які з'єднують точки на плані ланки, і відрізки прямих ліній, які з'єднують кінці векторів повних прискорень цих точок на плані прискорень, утворюють подібні і подібно росташовані фігури. Фігура на плані прискорень повернута відносно фігури на плані ланки на кут  $180^\circ - \alpha$  в напрямку  $\varepsilon$ , причому

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{\varepsilon}{\omega^2}.$$

З плану прискорень можна визначити напрямок кутового прискорення ланки, якщо в точці  $B$  (рис. 1, в) прикласти вектор  $\overline{nb}$  прискорення  $a_\tau$ .

2. Дві точки ( $A_1$  і  $A_2$ ) належать двом ланкам (1 і 2), які утворюють поступальну пару, і в даний момент часу збігаються (рис. 2, а, в).

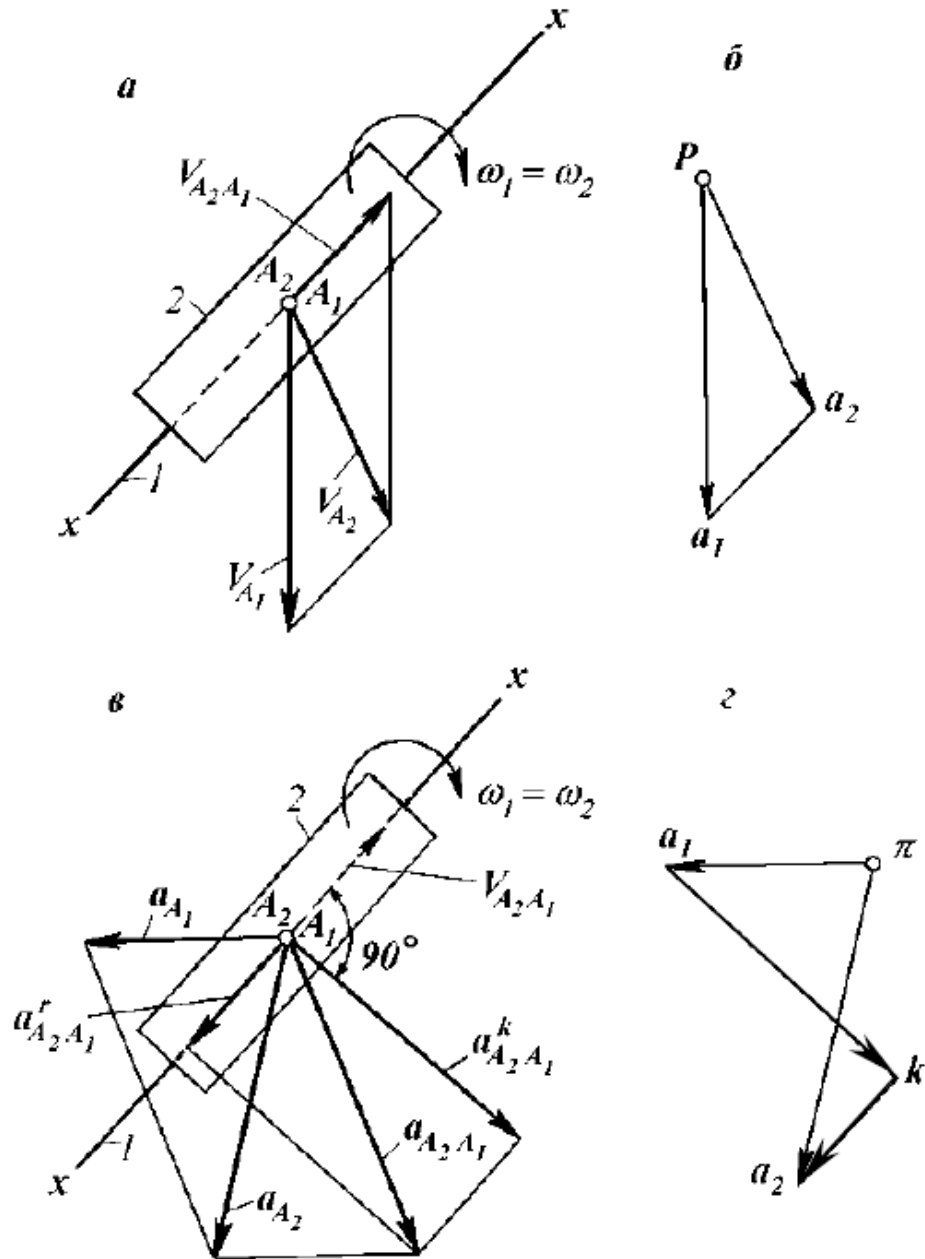


Рис. 2. Плани швидкостей і прискорень

У цьому випадку швидкість  $\bar{v}_{A_2}$  точки  $A$  складається з двох швидкостей – переносної  $\bar{v}_{A_1}$  разом з точкою  $A_1$  і відносної  $\bar{v}_{A_2A_1}$ . Формула розподілення швидкості має вигляд

$$\bar{v}_{A_2} = \bar{v}_{A_1} + \bar{v}_{A_2A_1},$$

де  $\bar{v}_{A_1}$  – швидкість точки  $A_1$  ланки 1 (куліси), яка співпадає в даний момент з точкою  $A_2$  (каменя 2);  $\bar{v}_{A_2A_1}$  – швидкість руху ланки 2 відносно ланки 1, яка спрямована паралельно до осі  $x - x$ .

План швидкостей для цього випадку виконано на рис. 2, б.

Прискорення точки  $A_2$ , коли переносний рух не є поступальним, складається з трьох прискорень: переносного (тобто прискорення точки  $A_1$ ), коріолісового (поворотного) і відносного

$$\bar{a}_{A_2} = \bar{a}_{A_1} + \bar{a}_{A_2A_1}^k + \bar{a}_{A_2A_1}^r.$$

Величина коріолісового прискорення  $a_{A_2A_1}^k$  розраховується за формулою

$$a_{A_2A_1}^k = 2\omega_1 v_{A_2A_1},$$

де  $\omega_1$  - кутова швидкість обертання куліси 1.

Напрямок коріолісового прискорення  $\bar{a}_{A_2A_1}^k$  показує вектор відносної швидкості  $\bar{v}_{A_2A_1}$ , якщо його повернути на  $90^\circ$  в напрямку обертання куліси, тобто в напрямку  $\omega_1$ .

Вектор відносного прискорення  $\bar{a}_{A_2A_1}^r$  ланки 2 відносно ланки 1 направлений паралельно осі  $x - x$ .

План прискорень показано на рис. 2, г.

### 3.2. Завдання виконання роботи

1. Побудувати плани швидкостей і прискорень кривошипно-повзунного механізму (завдання 3.1), визначати напрямки і величини векторів лінійних швидкостей і прискорень їх характерних точок, а також напрямки і величини кутових швидкостей і прискорень ланок заданого механізму.
2. Побудувати плани швидкостей і прискорень кривошипно-коромислового механізму (завдання 3.2), визначати напрямки і величини векторів лінійних швидкостей і прискорень їх характерних точок, а також напрямки і величини кутових швидкостей і прискорень ланок заданого механізму.
3. Побудувати плани швидкостей і прискорень кулісного механізму (завдання 3.3), визначати напрямки і величини векторів лінійних швидкостей і прискорень їх характерних точок, а також напрямки і величини кутових швидкостей і прискорень ланок заданого механізму.

### **3.3. Зміст звіту та форма протоколу**

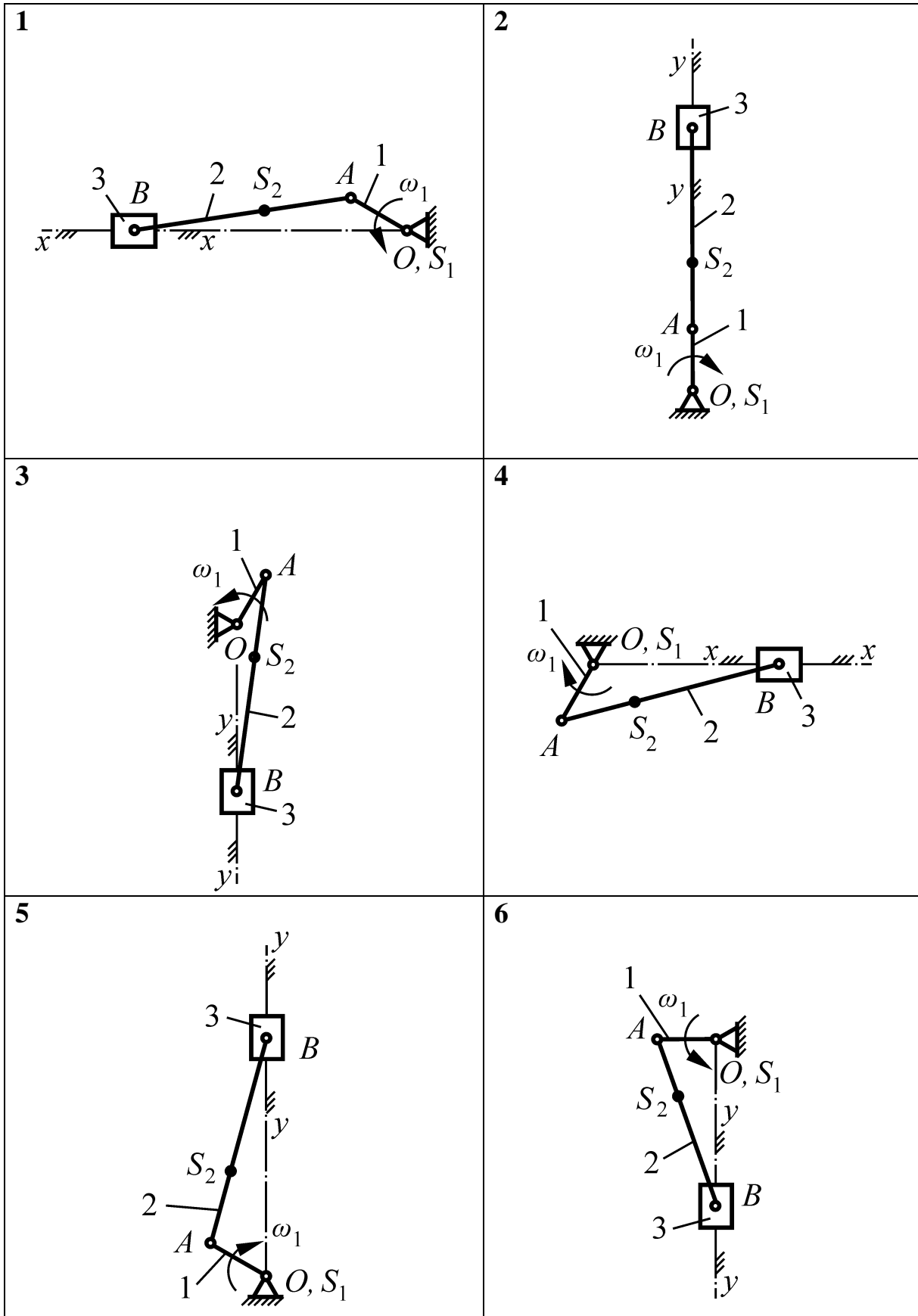
1. Назва і мета роботи.
2. Розв'язання завдань роботи.
3. Висновки про результати проведених досліджень.

### **Література**

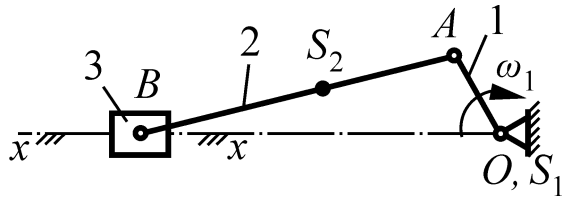
1. Булгаков В.М., Черниш О.М., Адамчук В.В. та ін. Теорія механізмів і машин: підруч. [для студ. аграрних вищ. навч. закл.] – К.: Видавн. НУБіПУ, 2016. – 547 с,
2. Черниш О.М., Березовий М.Г., Яременко В.В. Теорія механізмів і машин. Частина І. Навчальний посібник. – К.: Центр навчальної літератури, 2018. – 464 с., навчальний посібник Єременко О.І. Теорія механізмів і машин. Навчальний посібник. Завдання з прикладами для самостійної роботи студентів. – К.: НАУ, 2004. – 150 с.
3. Булгаков В.М., Калетнік Г.М., Паламарчук І.П., Головач І.В., Черниш О.М. Машини та технологічне обладнання вібраційної дії. Навчальний посібник. – К.: «ХАЙ-ТЕК Прес», 2013. – 486 с.
4. E Butikov. Simulations of Oscillatory Systems: with Award-Winning Software, Physics of Oscillations. – [Taylor & Francis Group, CRC Press, USA.](#) – 2015. – 363 pp.



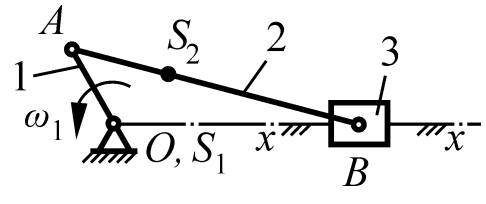
### Завдання 3.1



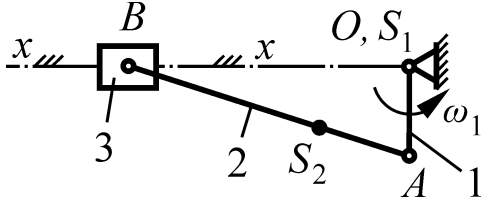
7



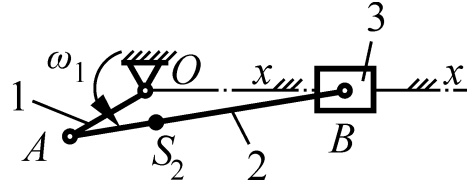
8



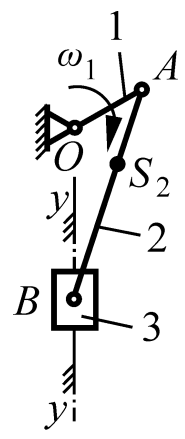
9



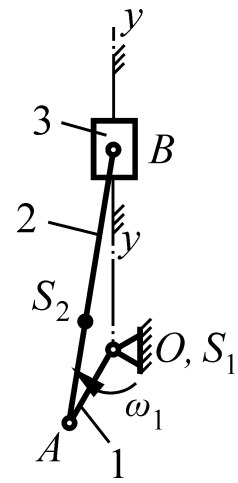
10



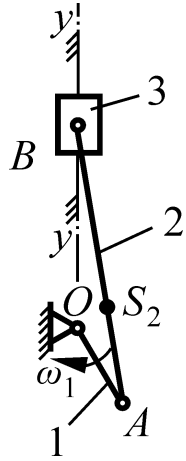
11



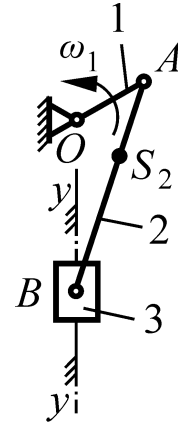
12



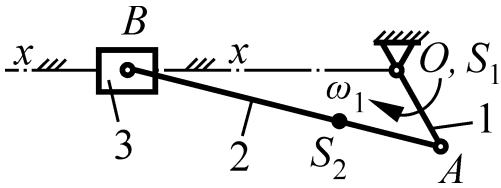
13



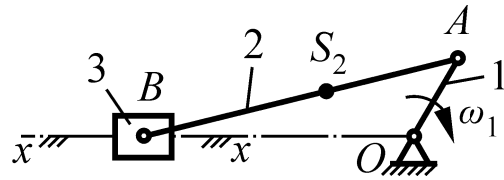
14



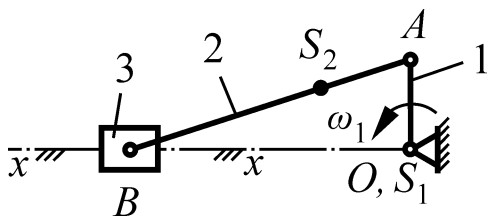
15



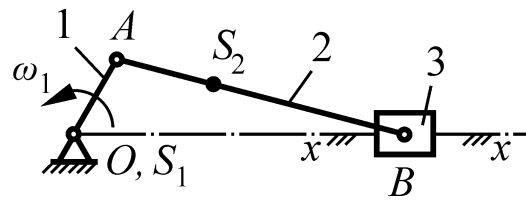
16



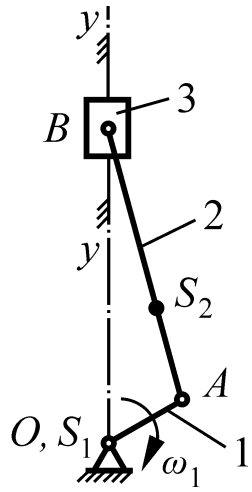
17



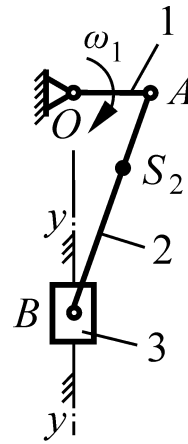
18



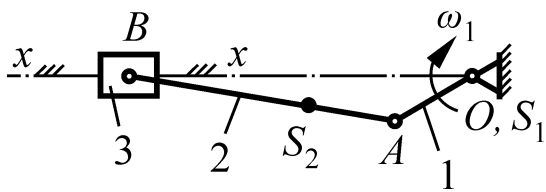
19



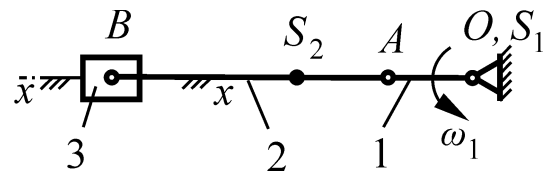
20



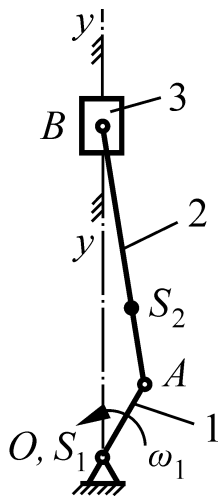
21



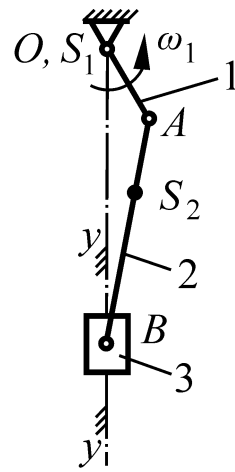
22



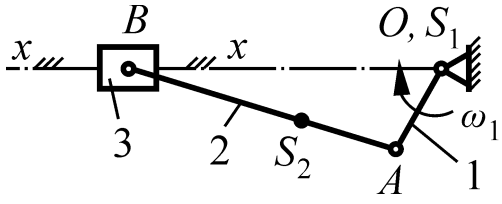
23



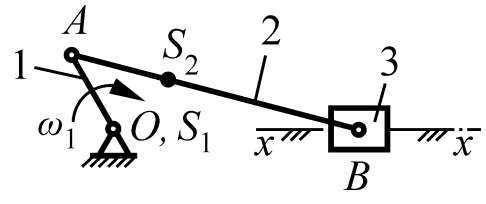
24



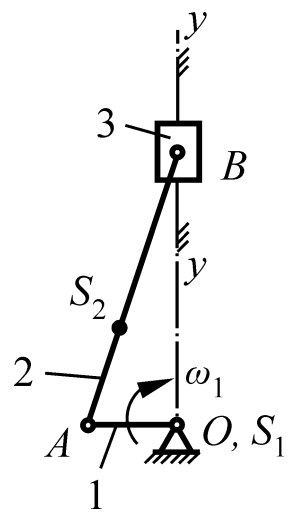
25



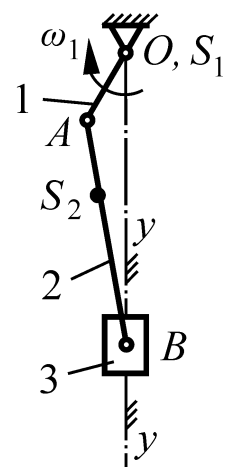
26



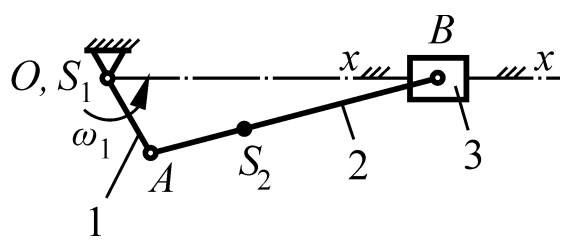
27



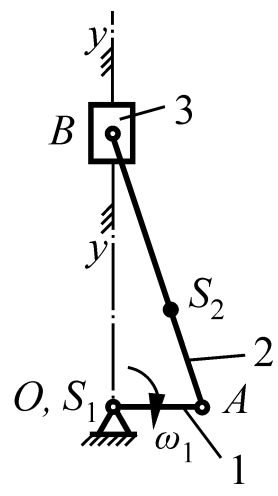
28



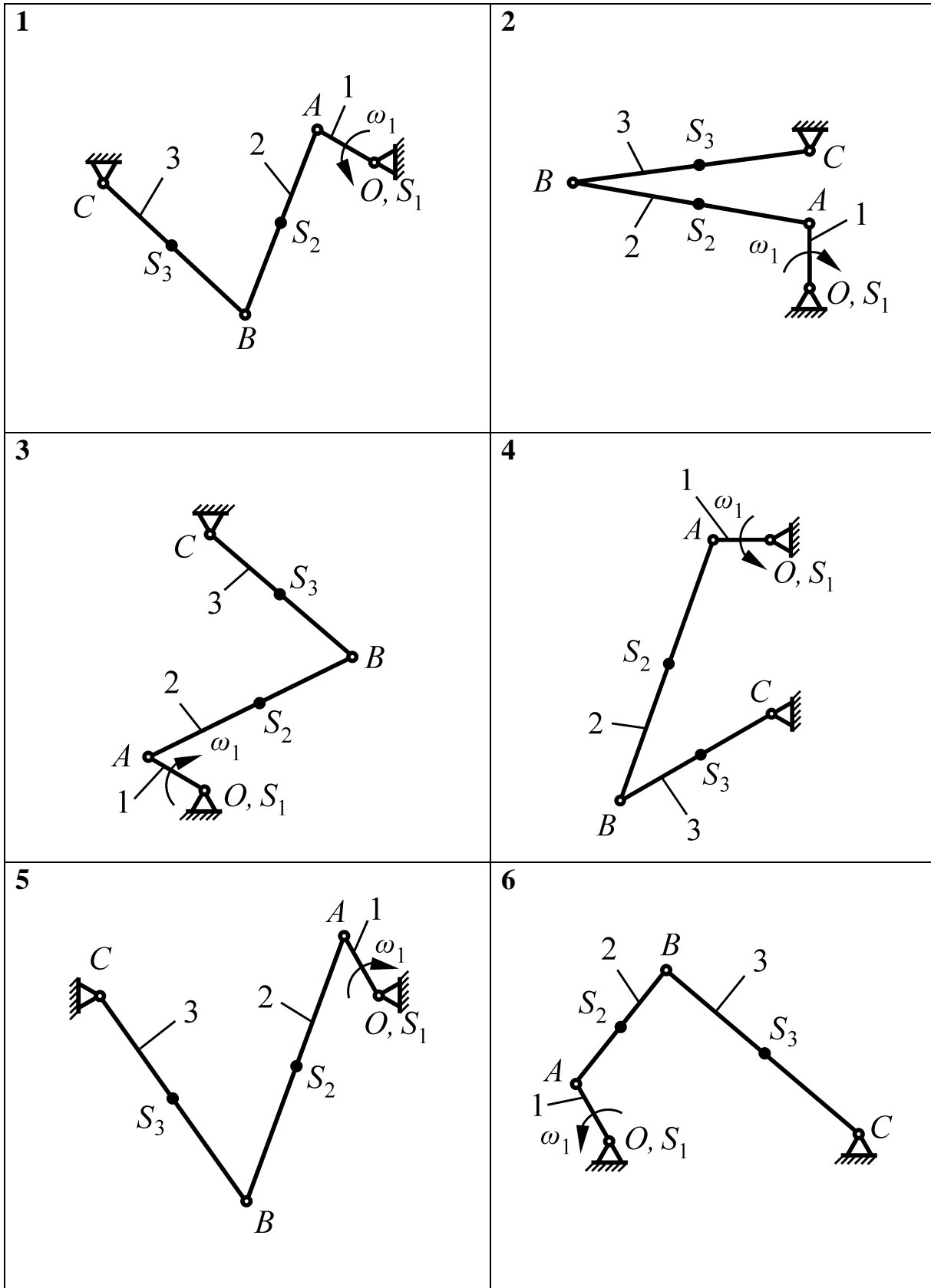
29



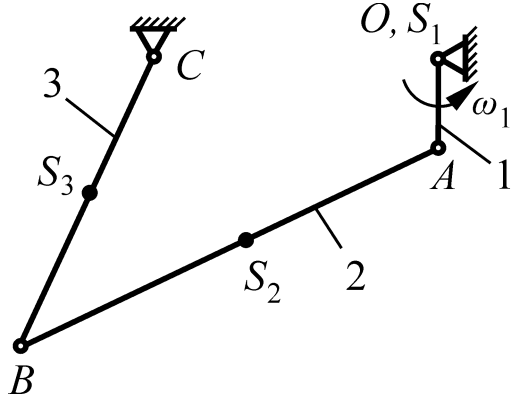
30



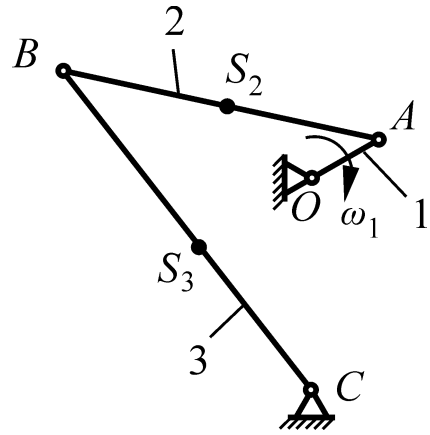
### Завдання 3.2



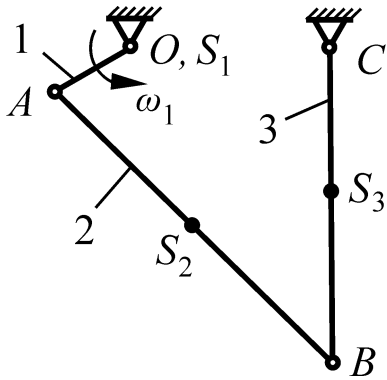
7



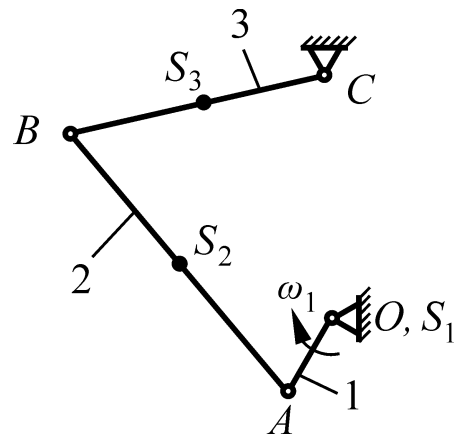
8



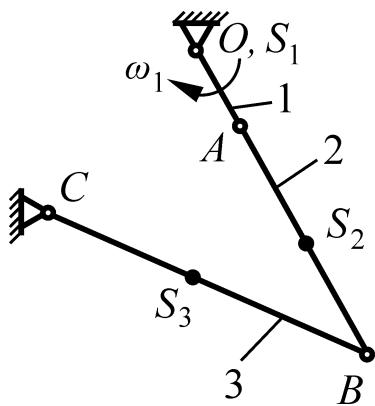
9



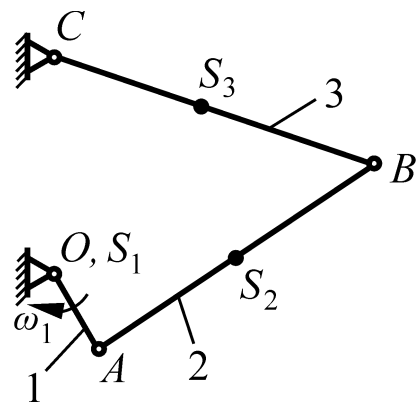
10



11



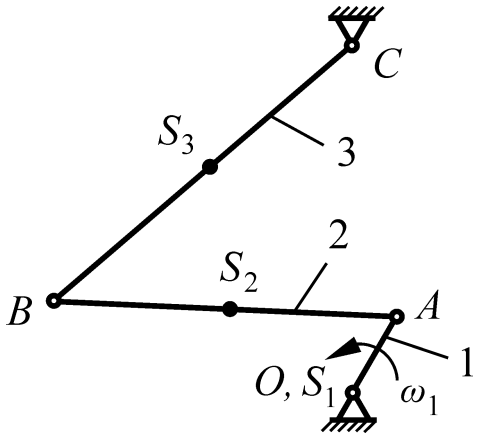
12



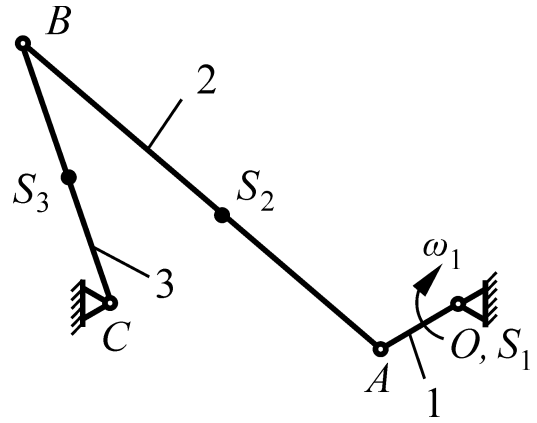




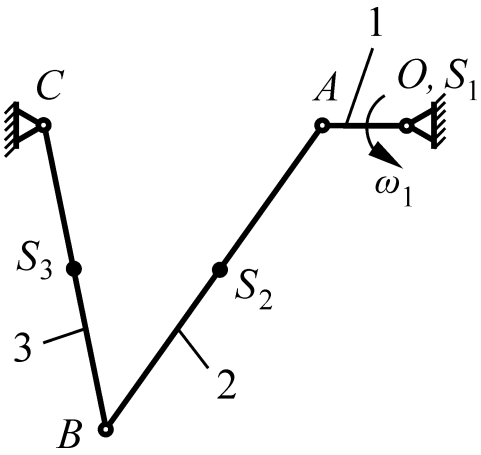
19



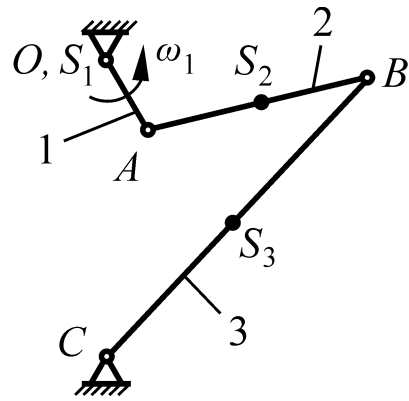
20



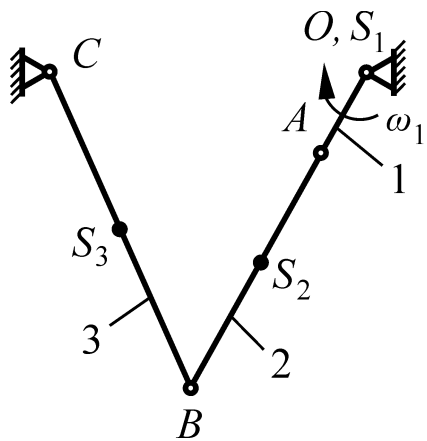
21



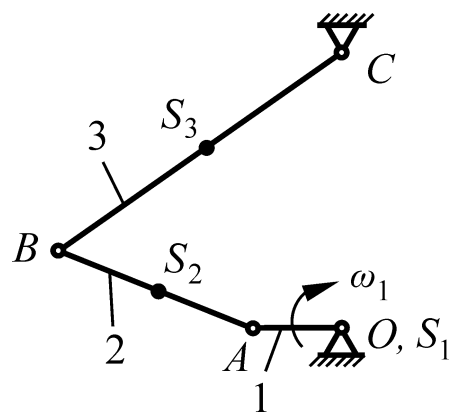
22



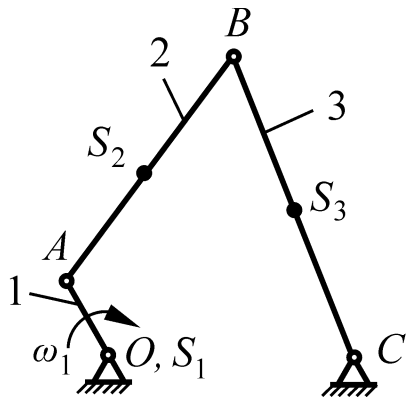
23



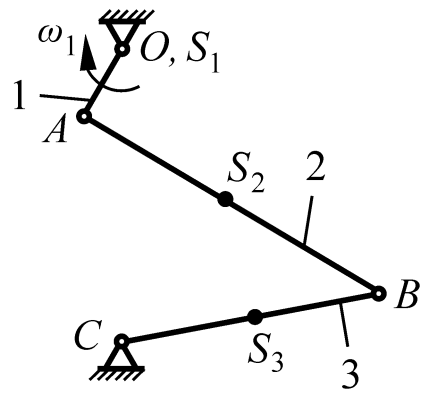
24



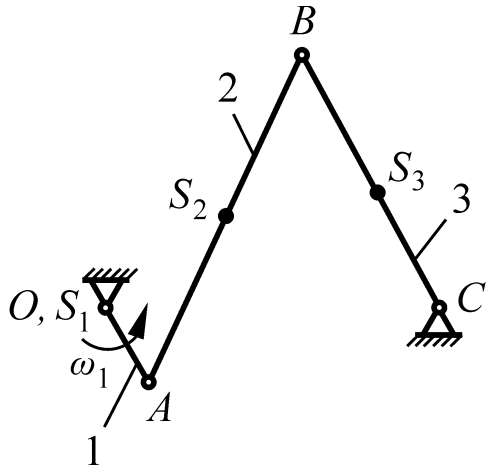
25



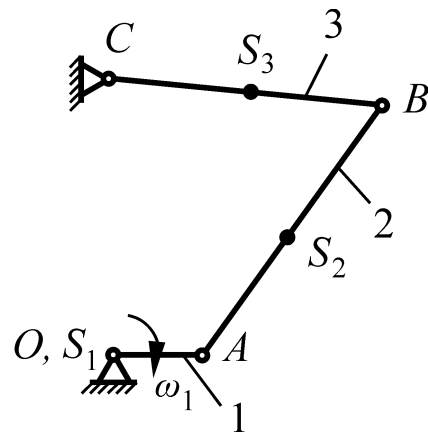
26



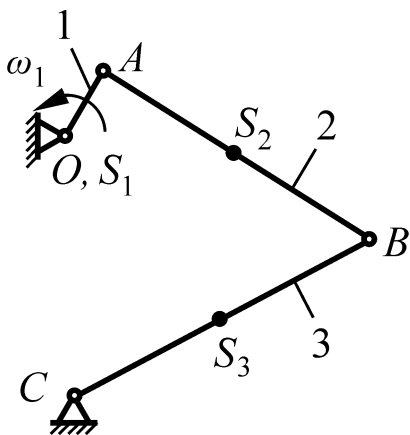
27



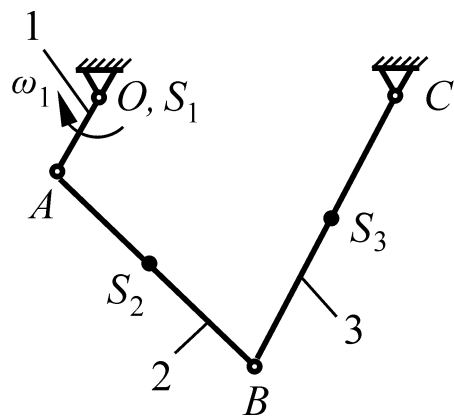
28



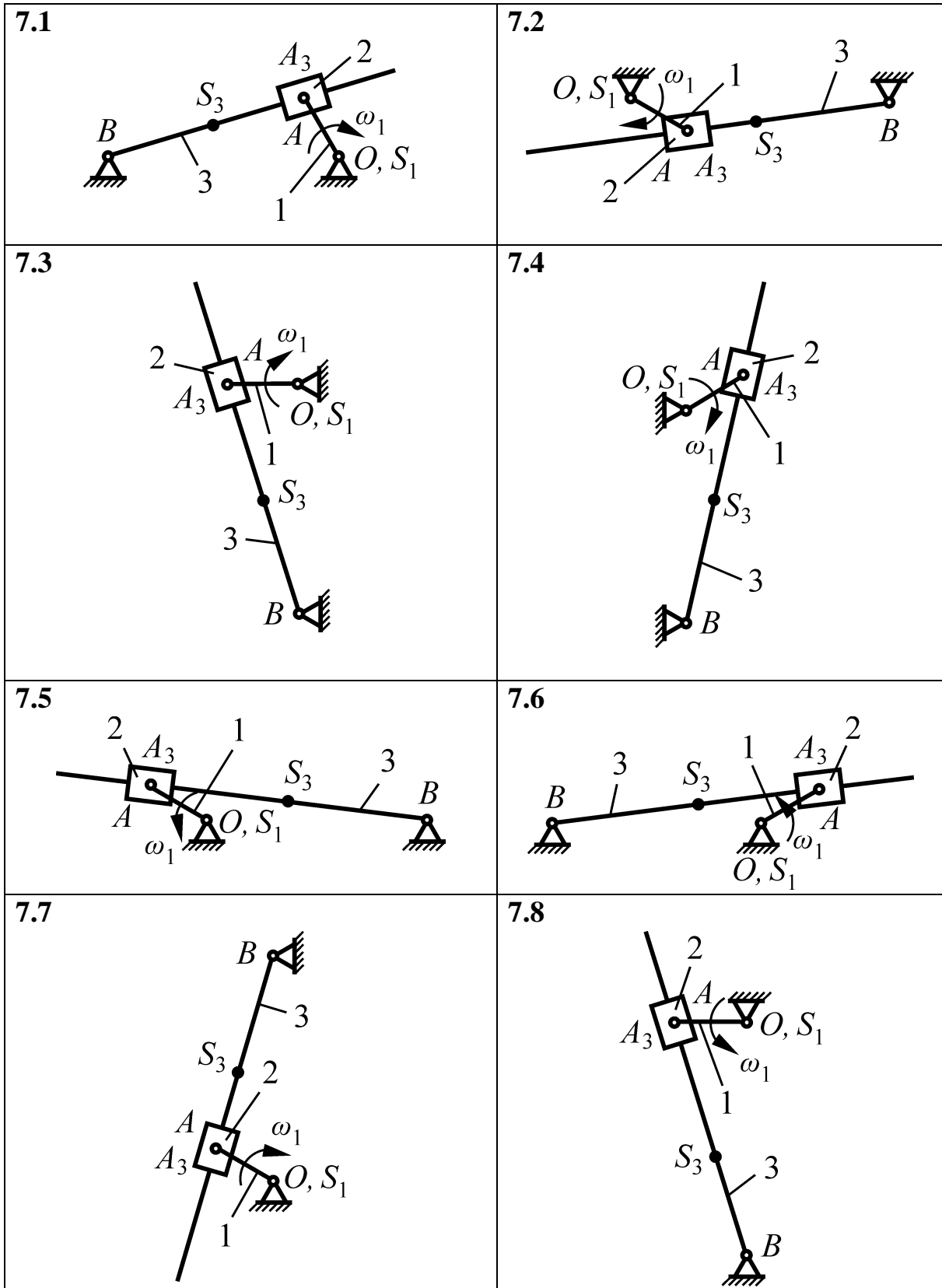
29



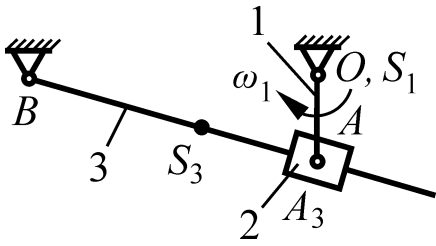
30



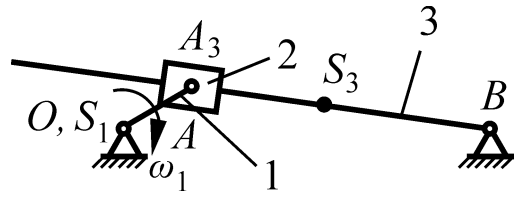
### Завдання 3.3



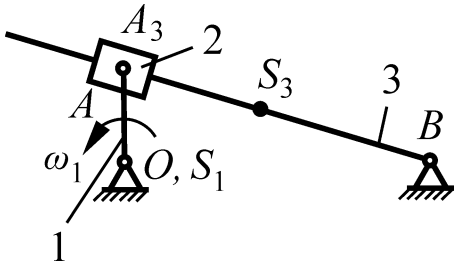
7.9



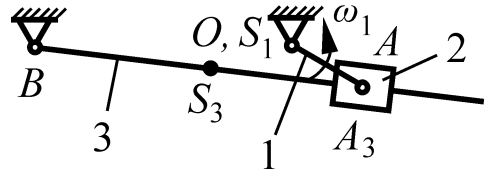
7.10



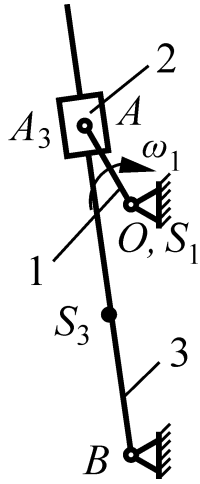
7.11



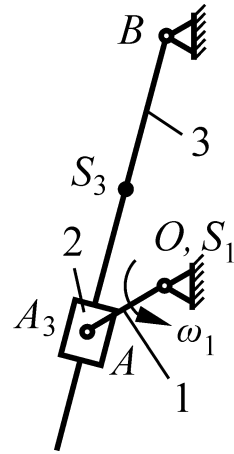
7.12



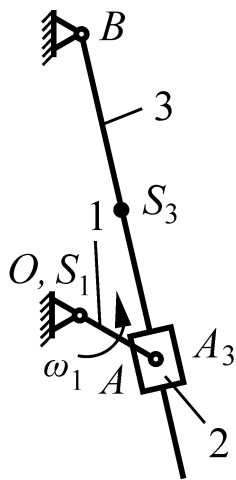
7.13



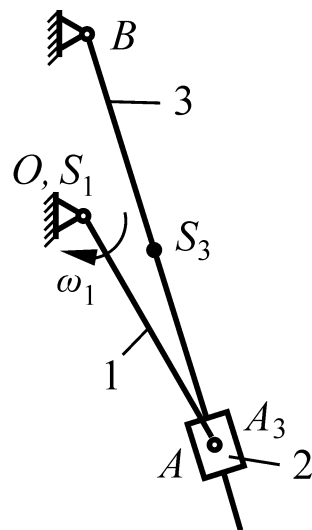
7.14



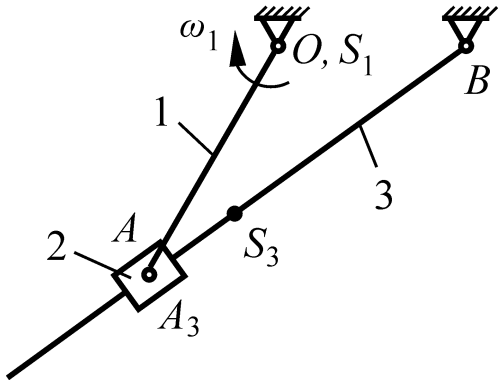
7.15



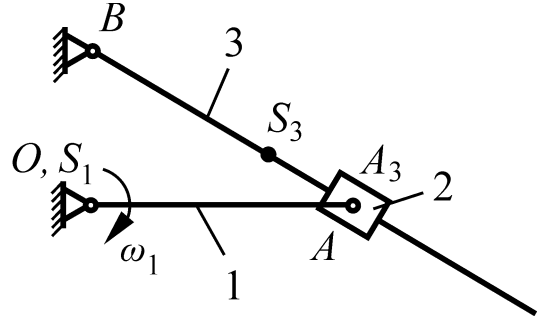
7.16



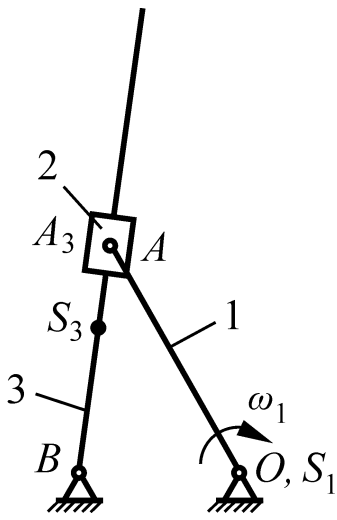
7.17



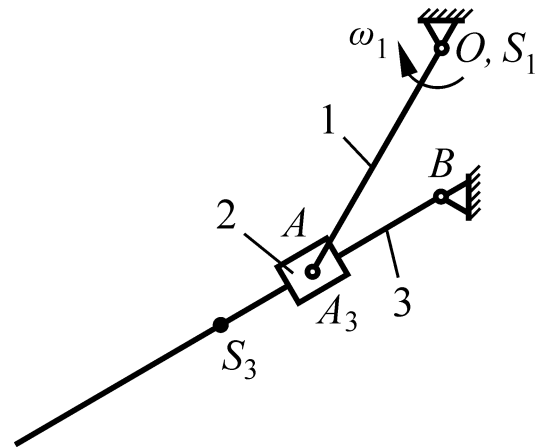
7.18



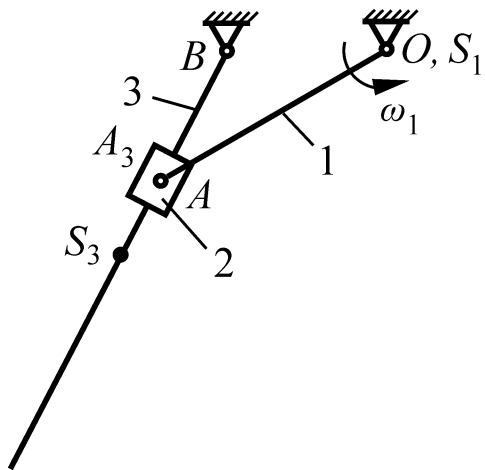
7.19



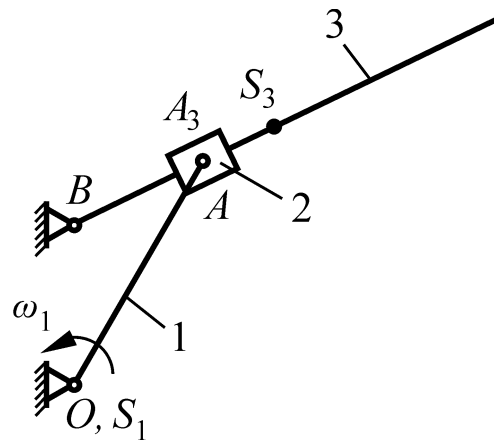
7.20



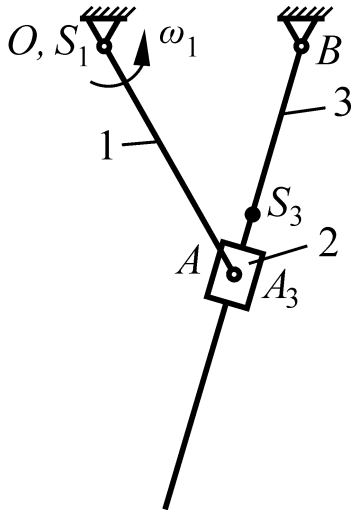
7.21



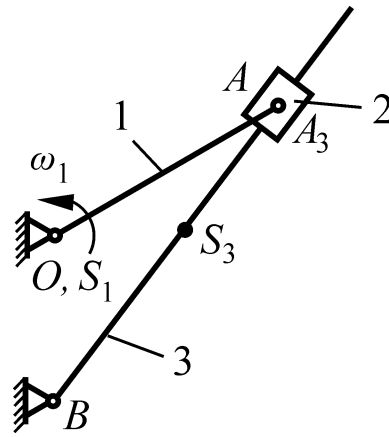
7.22



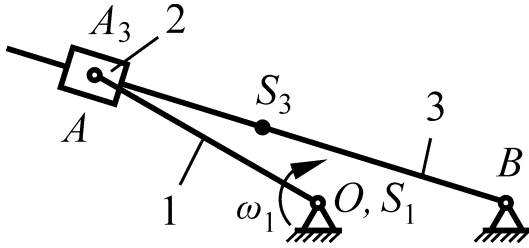
7.23



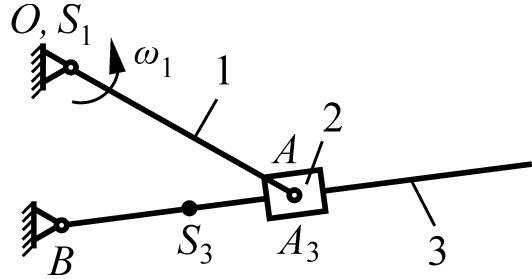
7.24



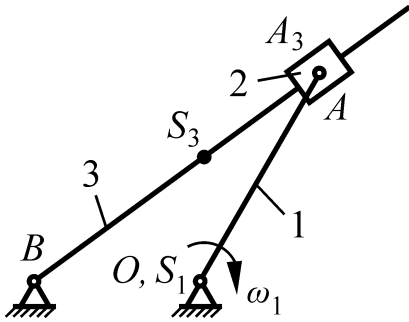
7.25



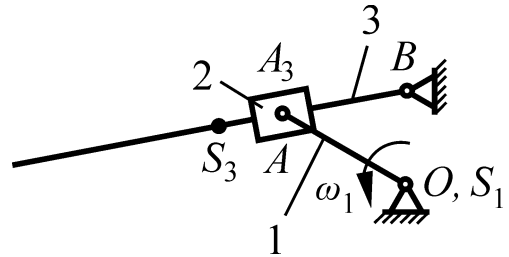
7.26



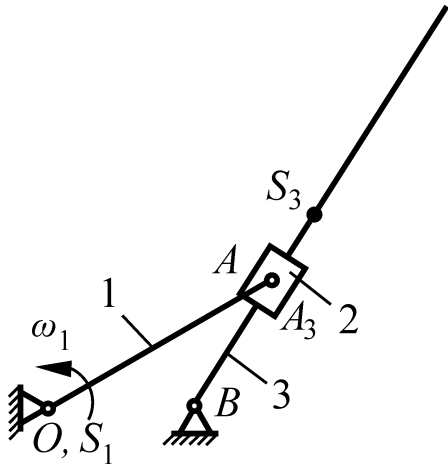
7.27



7.28



7.29



7.30

